Aus dem Physiologischen Institut, Lehrstuhl II
der Universität Düsseldorf
Direktor: Professor Dr. J. Haase

Gegenfarbensehen und Grundspektralwerte des Protanopen

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des Grades eines Doktors der Medizin
der Medizinischen Fakultät der Universität Düsseldorf

vorgelegt von
Christiane-Angelika Klauder

1982

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41538105_0015

Aus dem Physiologischen Institut, Lehrstuhl II
der Universität Düsseldorf
Direktor: Professor Dr. J. Haase

Gegenfarbensehen und Grundspektralwerte des Protanopen

vorgelegt
von
Christiane-Angelika Klauder

INAUGURALDISSERTATION
Zur Erlangung des Grades eines Doktors der Medizin der
Medizinischen Fakultät der Universität Düsseldorf
1982

Gedruckt mit Genehmigung der Medizinischen Fakultät
der Universität Düsseldorf

Der Dekan
der Medizinischen Fakultät
der Universität Düsseldorf
gez.: Prof. Dr. Brüster

Referent:
Prof. Dr. U. Scheibner
Korreferent:
Prof. Dr. Jesdinsky

Meinen Eltern in Dankbarkeit gewidmet

Inhaltsverzeichnis

		Seite
I.	Einleitung	4
II.	Allgemeine Grundlagen	5
1.)	Hilfsmittel aus der linearen Algebra	5
	a) Der Vektorraum V	
	b) Basistransformationen	
2.)	Die Menge der Farbreize	7
3.)	Der Homomorphismus von der Menge der Farbreize auf den dreidimensionalen Vektorraum	8
4.)	Dreidimensionale und zweidimensionale Darstellung des Farbenraumes	9
5.)	Trichromatisches Farbensehen	11
	a) Dreikomponententheorie	
	b) Farbenfehlsichtigkeit, Fehlfarbe, Neutrale Zone	
	c) Spektralwertkurven	
	d) Gegenfarbensystem, Gegenfarbenkurven	
6.)	Leuchtdichte, Alychne, ABNEYsche Gleichung	14
III.	Aufgabenstellung	16
IV.	Methodik	17
7.)	Versuchspersonen	17
8.)	Apparatur	17
	a) Dreifarbenmeßgerat	
	b) Monochromator	
9.)	Normierung des Dreifarbenmeßgerates	20
10.)	Umrechnung vom CIE- in das WDW-System	21

		Seite
V.	Versuchsdurchführung	24
	11.) Verwechslungsgerade, Fehlfarbe	24
	12.) Quervektor, Leuchtdichtebeiwerte, Alychne	26
	13.) Spektralwerte, Neutrale Zone	28
VI.	Meßergebnisse	31
	14.) Fehlfarben, Neutrale Zone	31
	15.) Quervektor, Alychne, Leuchtdichtebeiwerte	35
	16.) Spektralwertkurven $\bar{b}\ (\lambda)$ $\bar{g}\ (\lambda)$	37
VII.	Entwicklung theoretischer Auswertungsmethoden	40
	17.) Reduktion der Dichromasie aus der Trichromasie	40
	18.) Die dichromatischen Primärvalenzen $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{MP}$	42
	19.) Dichromatisches Farbensehen eingebettet in die Farbtafel	45
	20.) Protanopische Spektralwertkurven	46
	21.) Luminanz- und Chrominanzvektor $\mathfrak{N}$ und $\mathfrak{M}$	47
	22.) Protanopische spektrale Bunt- und Hellempfindlichkeiten $\bar{m}\ (\lambda)$ und $\bar{n}\ (\lambda)$ und spektrale Buntsattigung $p\ (\lambda)$	49
	23.) Grundvalenzen $\mathfrak{T}$, $\mathfrak{J}$ im dichromatischen System	50
	24.) Grundspektralwertkurven $\bar{t}\ (\lambda)$, $\bar{d}\ (\lambda)$	52
	25.) Übergang von $[\mathfrak{T}; \mathfrak{J}]$ nach $[\mathfrak{N}; \mathfrak{M}]$	54
	26.) Bestimmung des Zapfenverhaltnisses mit Hilfe der Transformation der Leuchtdichtebeiwerte	56
	a) Reduktion von $[\mathfrak{L}; \mathfrak{G}; \mathfrak{R}]$ nach $[\mathfrak{K}; \mathfrak{MP}]$	
	b) Transformation von $[\mathfrak{K}; \mathfrak{MP}]$ nach $[\mathfrak{T}; \mathfrak{J}]$	
	c) Transformation von $[\mathfrak{T}; \mathfrak{J}]$ nach $[\mathfrak{N}; \mathfrak{M}]$	
	d) Das Zapfenverhaltnis $\tau : \delta$	
	27.) Gleichungen zur Lage des tritanopischen Fehlpunktes auf der Alychne	61

Seite

VIII. Auswertungsergebnisse 63

28.) Reduktionsmatrizen und Spur der Ebene des dichromatischen Farbensehens 63
29.) Normierte protanopische Spektralwertkurven 63
30.) Buntempfindlichkeit $\bar{m}(\lambda)$, Hellempfindlichkeit $\bar{n}(\lambda)$ und Buntsättigung $p(\lambda)$ 67
31.) Grundspektralwertkurven $\bar{t}(\lambda), \bar{d}(\lambda)$ 71
32.) Leuchtdichtebeiwerte, Zapfenverhältnis 75
33.) Übergang von $\bar{t}(\lambda), \bar{d}(\lambda)$ nach $\bar{n}(\lambda), \bar{m}(\lambda)$ 76
34.) Lage des tritanopischen Fehlpunktes auf der Alychne 77

IX. Diskussion 80

35.) Vergleich der Versuchsergebnisse 80
36.) Deutung entsprechend der Gegenfarbentheorie 81
a) Vergleich mit Romeskie
b) Leuchtdichtekurve
c) Eigenschaften des Blau-Gelb-Kanals
37.) Deutung entsprechend der Dreikomponententheorie 92
38.) Übergang von der Dreikomponenten- zur Gegenfarbentheorie; das Zapfenverhältnis 96
39.) Lage des tritanopischen Fehlpunktes 97
40.) Die protanopische Buntsattigung 99

X. Zusammenfassung 101

XI. Schrifttum 103

I. Einleitung

Die Psychophysik, in deren Bereich die hier vorgelegte Arbeit einzuordnen ist, kann als Musterbeispiel für eine Wissenschaft gelten, die zwischen den großen Disziplinen liegt. Sie umfaßt Teile der Physik, Medizin und Psychologie. Die visuelle Psychophysik (Psychoptik) untersucht die Wirkung des physikalischen Reizes Licht auf das menschliche Auge. Da man sich hierbei der Berichte der Versuchspersonen bedient, spielt das subjektive Empfinden der Probanden - anders als in der Elektrophysiologie - eine große Rolle. Man unterscheidet die Niedere Farbmetrik, in der der Proband Gleichheitsurteile über zwei Farben abgibt, und die Höhere Farbmetrik, mit Hilfe derer die Merkmale der Farbempfindung wie Buntsättigung, Buntheit (42), Helligkeit etc. metrisiert werden können (48). Diese Arbeit wird sich auf das Gebiet der Niederen Farbmetrik beschranken.

II. Allgemeine Grundlagen

1. Hilfsmittel aus der linearen Algebra

a) Der Vektorraum V

Ein Vektorraum ist eine Menge von Vektoren, die bestimmten Bedingungen genügt (s. z. B. (17)): u. a. muß er abgeschlossen bezüglich der Vektoraddition und der Multiplikation von Vektoren und Skalaren sein, d. h. es gilt für $\mathfrak{P}, \mathfrak{N} \in V$, $\lambda \in K$ wobei K ein Körper ist und V der zugehörige Vektorraum:

$$\mathfrak{P} + \mathfrak{N} \in V$$
$$\lambda \cdot \mathfrak{P} \in V$$

Jeder Vektor läßt sich darstellen als lineare Summe von Vektoren, d. h. als Summe von Produkten aus Vektor und Skalar. Eine Menge von Vektoren, mit Hilfe deren man alle Vektoren des Vektorraumes darstellen kann, heißt Erzeugendensystem.
Die Erzeugendensysteme mit der geringstmöglichen Anzahl von Elementen heißen Basen des Vektorraum. Jeder Vektorraum hat mindestens eine Basis. Die Elemente einer Basis heißen "voneinander unabhangige Vektoren". Sie sind nicht als lineare Summe auseinander darstellbar.

Die kleinstmögliche Anzahl von Elementen eines Erzeugendensystems heißt Dimension des Vektorraumes. In dieser Arbeit werden vor allen Dingen drei- und zweidimensionale Raume abgehandelt.

b) Basistransformationen

Vektoren können in der Vektorschreibweise mit Hilfe von deutschen Buchstaben oder lateinischen Buchstaben mit Pfeil bezeichnet oder aber mit Hilfe ihrer Koordinaten bezüglich einer Basis des Vektorraumes dargestellt werden (z. B. (17)).

In der Darstellung eines Vektors $\mathfrak{w}$ bezüglich einer Basis wahlt man die Multiplikanden (aus der Darstellung als lineare Summe der Basisvektoren) als Koordinaten. Zum Beispiel gilt für $\mathfrak{w} \in V$ bezüglich der Basis $B_1 = \{\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{z}\}$

$$\mathfrak{w} = X \cdot \mathfrak{x} + Y \cdot \mathfrak{y} + Z \cdot \mathfrak{z}$$

$$\mathfrak{w} \mapsto (X, Y, Z) \qquad \text{in Koordinatendarstellung}$$

Möchte man $\mathfrak{w}$ nun in seinen Koordinaten bezüglich einer weiteren Basis $B_2 = \{\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}\}$ darstellen, so schreibt man zunachst die neuen Basisvektoren als Linearkombination der ursprünglichen:

$$\begin{aligned} \mathfrak{a} &= A_{11} \cdot \mathfrak{x} + A_{12} \cdot \mathfrak{y} + A_{31} \cdot \mathfrak{z} \\ \mathfrak{b} &= A_{21} \cdot \mathfrak{x} + A_{22} \cdot \mathfrak{y} + A_{32} \cdot \mathfrak{z} \\ \mathfrak{c} &= A_{31} \cdot \mathfrak{x} + A_{32} \cdot \mathfrak{y} + A_{33} \cdot \mathfrak{z} \end{aligned}$$

Dabei bilden die Skalaren der Linearkombinationen eine Matrix S^T, die den Übergang von den Basisvektoren $\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{z}$ zu den Basisvektoren $\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}$ beschreibt:

$$S^T = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathfrak{x} \\ \mathfrak{y} \\ \mathfrak{z} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \mathfrak{a} \\ \mathfrak{b} \\ \mathfrak{c} \end{bmatrix}$$

Trägt man die Koeffizienten als Spalten in eine Matrix ein, d. h. bildet man

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{31} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = (S^T)^T = S$$

so ergibt sich, daß S den Übergang von der Koordinatendarstellung bezüglich $B_2 = \{\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}\}$ nach $B_1 = \{\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{z}\}$ beschreibt.

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = S \cdot \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix}$$

D. h. mit Hilfe von S^{-1} lassen sich die Koordinaten bezüglich B_2 aus denen bezüglich B_1 errechnen.

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = S^{-1} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

Die Koordinatentransformation eines Vektors in seine Darstellung bezüglich einer anderen Basis wird also durch die kontragrediente - d. h. invertierte und transponierte - der Matrix dargestellt, die den Übergang von dieser zweiten Basis zur Ausgangsbasis beschreibt.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \xrightarrow{S^T} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \xrightarrow{(S^{-1})^T} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = S^{-1} \cdot \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = S \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

2.) Die Menge der Farbreize

Licht sind elektromagnetische Wellen der Wellenlangen von etwa 380 nm bis etwa 780 nm. Licht von genau einer Frequenz heißt monochromatisch. Alle Spektralfarben bilden zusammen die monochromatischen Lichter. Jedes nicht monochromatische Licht kann aus diesen zusammengesetzt werden.

Theoretisch gibt es eine unendlich große Anzahl verschiedener Farbreize, de facto ist aber die Anzahl der unterscheidbaren Farbreize endlich, es existieren also Klassen von Farbreizen, deren Elemente physikalisch verschieden sind, vom Auge aber nicht unterschieden werden konnen.

Auf dieser Tatsache beruht das Kriterium der Ununterscheidbarkeit: ein Farbreiz unbekannter spektraler Zusammensetzung wird durch einen gleichaussehenden Farbreiz beschrieben, dessen genaue Daten apparativ festgelegt sind.

Die Relation "ist ununterscheidbar von" erfüllt alle Bedingungen einer Äquivalenzrelation. Die Menge der Farbreize kann man sich also in Äquivalenzklassen unterteilt denken, deren Elemente unterschiedliche spektrale Zusammensetzung aber gleiches Aussehen haben (54, 56, 34).

3.) Der Homomorphismus von der Menge der Farbreize auf den dreidimensionalen Vektorraum

Die Menge der Farbreize ist bezüglich der Addition und Multiplikation abgeschlossen. Addition heißt hier additive Mischung der Farbreize; Multiplikation bedeutet nichtselektives Anwachsen oder Abschwachen des Farbreizes.

Zusammen mit der Äquivalenzrelation der Ununterscheidbarkeit laßt sich nun eine lineare Abbildung von der Menge der Farbreize auf den dreidimensionalen Vektorraum konstruieren dergestalt, daß jedem Farbreiz ein Vektor des dreiddimensionalen Raumes zugeordnet ist und daß jeweils alle Farbreize ein und derselben Äquivalenzklasse auf denselben Vektor abgebildet sind (65, 56, 58, 34, 12).

Im folgenden sei einfach von Farbvektoren die Rede. Für die Farbreize B_0, G_0, die Vektoren $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{G}$ und die Skalaren b, g, B, G hat die lineare Abbildung φ, φ: Menge der Farbreize $\rightarrow V_3$ folgende Eigenschaft

$$\varphi(bB_0 + gG_0) \longmapsto B\mathfrak{B} + G\mathfrak{G}$$
$$= \varphi(bB_0) + \varphi(gG_0)$$
$$= B\varphi(B_0) + G\varphi(G_0)$$

Es handelt sich also um einen Homomorphismus (56, 58).

4.) Dreidimensionale und zweidimensionale Darstellung des Farbenraumes

Es wurde in Abschnitt 2 schon gezeigt, wie man die dreidimensionale Darstellung handhabt: Man wählt drei Vektoren, die eine Basis des Farbenraumes bilden, und stellt alle übrigen Vektoren mit Hilfe ihrer Koordinaten bezüglich der Basis dar. Die Koordinaten heißen "Farbwerte" und werden mit lateinischen Buchstaben bezeichnet.

Im Laufe der Entwicklung der Farbenlehre sind zwei Basen besonders herausgestellt worden, die für meine Arbeit besonders bedeutsam sind: die Basis $\{\mathcal{X}, \mathcal{Y}, \mathcal{Z}\}$ der CIE (9, 10) und die Basis $\{\mathcal{R}, \mathcal{G}, \mathcal{B}\}$ nach W.D. Wright (77), das sogenannte WDW-System.

Das WDW-System wird bezogen auf drei monochromatischen Primarvalenzen der Wellenlangen 460 nm, 530 nm und 650 nm. Diese bezeichnet man mit den Symbolen $\mathcal{R}, \mathcal{G}, \mathcal{B}$.

Das Normvalenzsystem CIE 1931 ist nach komplizierten Regeln aufgebaut. Die wichtigsten davon sind: die Primarvalenzen $\mathcal{X}$ und $\mathcal{Z}$ tragen keine Helligkeit sondern nur Buntheit, wobei $\mathcal{X}$ die "rote" und $\mathcal{Z}$ die "blaue" Primarvalenz reprasentiert. $\mathcal{Y}$ tragt alle Helligkeit und zusatzlich die Buntinformation der "grunen" Primarvalenz. Ferner sollen $\mathcal{X}$, $\mathcal{Y}$ und $\mathcal{Z}$ außerhalb der Farbtüte (67) liegen. - Die Farbtüte wird gebildet durch die Farbvektoren des Spektralfarbenzuges und denen der das lang- und kurzwellige Ende verbindenden Purpurgeraden. - Sie sollen sich der Farbtüte aber von außen so weit als möglich annahern.

Eine wesentliche Vereinfachung zur dreidimensionalen bedeutet die zweidimensionale Darstellung in der Farbtafel. Sie geht in ihren Ursprüngen auf die Schwerpunktkonstruktion nach Newton zurück. Heute benutzt man entweder die BGR-Farbtafel, eine Ebene durch die Punkte B=G=R=1 oder die CIE-Farbtafel durch die Punkte X=Y=Z=1.

Dabei kommt in der ebenen Darstellung allen Vektoren gleicher Richtung, d. h. gleicher "Farbart", aber verschiedener physikalischer Intensität, der gleiche geometrische Ort in der Farbtafel zu. Dieser kann auf zweierlei Weise beschrieben werden.

1) Man wahlt stellvertretend für alle übrigen Vektoren mit dem gleichen geometrischen Ort denjenigen aus, dessen Spitze in der der sog. Einheitsebene endet. Sie wird gekennzeichnet durch die Farbwerte, die der Bedingung

$B + G + R = 1$ bzw. $X + Y + Z = 1$ genügen.

Weiter kann man als Projektionsebene auch eine beliebige Ebene des Raumes angeben, etwa $G = 1$. Es werden dann alle Vektoren auf $G = 1$ normiert und können leichter verglichen werden, da nur noch zwei Koordinaten variabel sind. Diese Art der Darstellung heißt Darstellung in gewöhnlich inhomogenen projektiven Koordinaten (18).

2) Wählt man als Projektionsebene die Einheitsebene und arbeitet mit projektiven Flachenkoordinaten, so erhalt man

$$b = \frac{B}{B + G + R} \qquad x = \frac{X}{X + Y + Z}$$

$$g = \frac{G}{B + G + R} \quad \text{bzw.} \quad y = \frac{Y}{X + Y + Z}$$

$$r = \frac{R}{B + G + R} \qquad z = \frac{Z}{X + Y + Z}$$

wobei b,g,r und x,y,z Farbwertanteile heißen. Aufgrund der Lage der Projektionsebene in der Einheitsebene gilt:

$b + g + r = 1$ bzw. $x + y + z = 1$

Die Farbwertanteile sind identisch mit den Farbwerten der Vektoren, die auf dieser Ebene enden.

5.) Trichomatisches Farbensehen

a) Dreikomponententheorie

Das Farbensehen des Trichromaten ist dadurch gekennzeichnet, daß dieser jeden beliebigen Farbreiz mit Hilfe von drei anderen, nicht auseinander mischbaren Farbreizen nachmischen kann. Unter anderem daraus leiteten Young und spater Helmholtz (23) ihre Dreikomponententheorie ab. Diese fordert drei Zapfenarten für die Retina mit je einem Absorptionsmaximum im blauen, grünen und roten Bereich. Unterschiedliche Farbempfindungen sind durch ein unterschiedliches Antwortmuster bezüglich der Zapfenarten gekennzeichnet.

b) Farbenfehlsichtigkeit, Fehlfarbe, Neutrale Zone

Neben den Farbennormalsichtigen gibt es noch eine große Gruppe von Menschen mit angeborenen oder erworbenen Farbenfehlsichtigkeiten. In dieser Arbeit soll von Protanopen die Rede sein, die mit den Tritanopen und Deuteranopen die Gruppe der Dichromaten bilden. Die Dichromasie ist gekennzeichnet durch den Verlust eines Zapfensehpigmentes: bei der Tritanopie des Cyanolabs, bei der Deuteranopie des Chlorolabs und bei der Protanopie des Erythrolabs.

Ein Homomorphismus von der Menge der Farbreize auf einen zweidimensionalen Vektorraum V_2 charakterisiert das dichromatische Farbensehen. Der eindimensionale Kern einer solchen Abbildung, die Menge der Farbreize, die auf den Nullvektor abgebildet wird, umfaßt im dreidimensionalen Vektorraum alle diejenigen Vektoren, deren Richtung mit der Richtung fehlender Farbunterscheidung des Dichromaten identisch ist. Die Basis dieser Vektoren heißt Fehlfarbe (57).

Der einem Sehpigment zugeordnete Farbvektor entspricht genau der Fehlfarbe einer Dichromasie, und zwar dem Cyanolab die Fehlfarbe der Tritanopie, dem Chlorolab die Fehlfarbe der Deuteranopie und dem Erythrolab die der Protanopie.

Es ist möglich, eine Wellenlänge anzugeben, bei der der Dichromat die Farbempfindung unbunt hat. Diese Wellenlänge λ_{NZ} heißt die "Wellenlange der Neutralen Zone". Alle Farbreize, die sich nur durch die Fehlfarbe von λ_{NZ} unterscheiden, sind für den Dichromaten ununterscheidbar. Die zugehörigen Farbvektoren liegen in einer Ebene, der Neutralen Zone NZ. Die Schnittgerade der Neutralen Zone mit der Farbtafel heißt Spur der Neutralen Zone.

c) Spektralwertkurven

Mischt man die Spektralfarben mit Hilfe der additiven Farbmischung aus drei vorgegebenen Primarvalenzen nach dem Kriterium der Ununterscheidbarkeit nach, so erhalt man für jede Spektralfarbe ein charakteristisches Tripel von Farbwerten bezüglich dieser Valenzen, nämlich die Spektralwerte. Tragt man nun alle Spektralwerte bezüglich einer Primärvalenz gegen die Wellenlange des Spektrums auf, so ergibt sich die jeweilige Spektralwertkurve bezüglich dieser Primarvalenz; d. h. für das WRIGHTsche System $\bar{b}(\lambda)$ für $\mathcal{B}$, $\bar{g}(\lambda)$ für $\mathcal{G}$ und $\bar{r}(\lambda)$ für $\mathcal{R}$.

Wahlt man als Primarvalenzen die Fehlfarben der drei Dichromatenarten $\mathcal{T}$, $\mathcal{J}$ und $\mathcal{P}$, so resultieren die Grundspektralwertkurven. Diese sollen entsprechend der Dreikomponententheorie mit den Absorptionskurven der Photopigmente übereinstimmen.

d) Gegenfarbensystem, Gegenfarbenkurven

Die Konzeption des Gegenfarbensehens geht auf Hering (24) zurück. Nach einigen unvollstandig gebliebenen Versuchen von Brückner (8) wurde sie von Hurvich und Jameson weiterentwickelt (25,26,27,29,30). Nach Hering gibt es zwei Bunttonpaare, Blau-Gelb und Rot-Grün. Hurvich und Jameson erganzten das Paar Hell-Dunkel.

Jede Farbe kann durch ihre Eigenschaften bezüglich dieser Paare eindeutig dargestellt werden. Dabei nehmen sie immer eine der kompensativen Charakteristika in unterschiedlich starker Ausprägung an, niemals jedoch beide gleichzeitig.

Betrachtet man die Koordinaten der Spektralfarben in diesem System, d. h. tragt man die Spektralwerte bezüglich der drei Farbpaare gegen die Wellenlange an, so erhält man drei Kurven: diese drücken den Antagonismus der beiden Eigenschaften der Paare aus, so daß man der einen einen positiven Ast zuweist, der anderen einen negativen.

Die drei Kurven nennt man Gegenfarbenkurven; zwei dieser Kurven, nämlich die der Paare Blau-Gelb und Rot-Grün, beschreiben die Bunteigenschaften einer Farbe - sie charakterisieren die Buntempfindlichkeit des Beobachters. Wo die Rot-Grün-Kurve im Kurzwelligen ihre Nullstelle hat, liegt der reine Buntton Blau, im langwelligen reines Gelb. Die Blau-Gelb Kurve hat nur eine Nullstelle. Dort liegt reines Grün, reines Rot ist im spektralen Bereich nicht vertreten. Die Kurve bezüglich des Paares Hell-Dunkel ist identisch mit den von verschiedenen Autoren angegebenen Hellempfindlichkeitskurven der Zapfen.

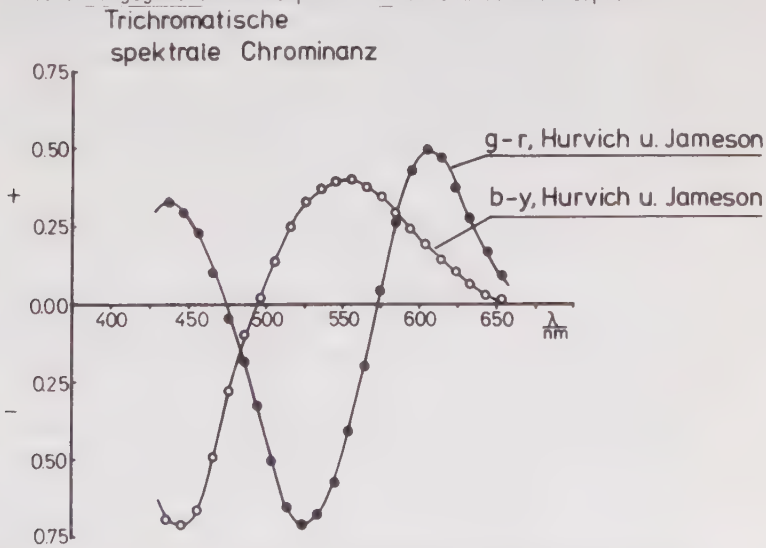


Abb. 1 Trichromatisch spektrale Buntempfindlichkeit nach Jameson und Hurvich (30)

Die in Abb.1 beschriebenen Gegenfarbenkurven kann man mit Hilfe der Buntonauslöschung auch experimentell bestimmen (8, 25). Dabei werden zuerst die reinen Bunttöne der Versuchspersonen bestimmt. Der zu untersuchende Buntton wird nun so lange durch den komplementären Buntton kompensiert, bis Gleichgewicht, d. h. vollstandige Ausloschung dieses Bunttones erreicht ist. Der Reizbetrag des komplementären reinen Bunttones, der notwendig ist, um den zu untersuchenden zu kompensieren, wird als ein Maß für die Buntheit des untersuchten Farbreizes angenommen.

6.) Leuchtdichte, Alychne, ABNEYsche Gleichung

Zur Beschreibung von Strahlungsreizen unterscheidet man strahlungsphysikalische (= radiometrische) und lichttechnische (= photometrische) Größen. Bei den lichttechnischen liegt eine Bewertung gemaß der photopischen spektralen Hellempfindlichkeit vor.

Das photometrische Korrelat zur radiometrischen Strahldichte L_e ist die Leuchtdichte L , die empfundene Strahlungsleistung pro Flache und Raumwinkel. Sie wird bestimmt nach dem Kriterium der heterochromen Gleichhelligkeit (11). Durch Bewertung eines beliebigen Strahlungsreizes mit dieser spektralen Hellempfindlichkeit gelangt man zur Luminanz oder Leuchtdichte dieses Reizes.

Diejenigen parallelen Ebenen im Farbenraum, deren Vektoren durch dieselbe Leuchtdichte gekennzeichnet sind, nennt man nach Schrödinger (68) "Isolychnen". Die Isolychne mit der Leuchtdichte null heißt "Alychne", Lichtlose (68). Alle Vektoren, die in der Alychne liegen, die "Chrominanzvektoren", vermitteln ausschließlich Bunteigenschaften (58).

Betrachtet man alle Farbreize nur unter dem Gesichtspunkt ihrer Leuchtdichte, so ergibt sich eine Abbildung des dreidimensionalen Vektorraumes auf seinen Körper K, also ein Element des zu V_3 dualen Raumes. Mit Hilfe dieser Abbildung werden die Vektoren des V_3 auf ihre zugehorigen Isolychnen abgebildet.

Legt man das WDW-System oder das CIE 1931 System zugrunde, so ergibt sich für die gesuchte Abbildung:

$$L = \beta \cdot B + \gamma \cdot G + \varrho \cdot R \quad \text{für das WDW-System}$$

oder $$L = \xi \cdot X + \eta \cdot Y + \zeta \cdot Z \quad \text{für das System CIE 1931}$$

β, γ, ϱ bzw. ξ, η, ζ heißen "Leuchtdichtebeiwerte".

Sie beschreiben, welchen Anteil die zugehörigen Primarvalenzen zur Leuchtdichte beitragen.

Die beiden obigen Gleichungen bilden Schreibformen der sogenannten ABNEYschen Gleichung (1). Die Alychne wird durch

$$O = \beta \cdot B + \gamma \cdot G + \varrho \cdot R$$

oder $$O = \xi \cdot X + \eta \cdot Y + \zeta \cdot Z \quad \text{beschrieben.}$$

Es ist mit Hilfe der apparativen Spektralwertkurven möglich, die Gegenfarbenkurven in Abhangigkeit von den Grundspektralwertkurven darzustellen. Dieser Übergang reprasentiert die Reizumwandlung von der Ebene des Zapfensehens bis zum neuronalen Niveau.

III. Aufgabenstellung

In dieser Arbeit sollen für zwei Protanope die Fehlfarbe $\mathfrak{F}$, ein Quervektor $\mathfrak{q}$, die Wellenlange der Neutralen Zone λ_{Nz} und die protanopischen Spektralwertkurven $\bar{g}\ (\lambda)$ und $\bar{b}\ (\lambda)$ bezüglich der WRIGHTschen Primärvalenzen $\mathfrak{g}$ und $\mathfrak{b}$ experimentell bestimmt werden.

Aus diesen werden dann die Alychne und die Neutrale Zone berechnet und ein Modell des dichromatischen Farbenraumes, bezogen auf zwei dichromatische Primarvalenzen $\mathfrak{x}$ und $\mathfrak{y}$, konstruiert, das in den dreidimensionalen trichromatischen Farbenraum eingebettet ist.

Nachdem die Lage eines Chrominanzvektors $\mathfrak{M}$, der die Information für die Buntheit tragt, und eines Luminanzvektors $\mathfrak{N}$, der reine Leuchtdichteinformation vermittelt, im protanopischen Farbenraum festgestellt ist, erhalt man die Kurven der protanopischen spektralen Buntempfindlichkeit $\bar{m}\ (\lambda)$ und Hellempfindlichkeit $\bar{n}\ (\lambda)$ als protanopische Spektralwertkurven bezogen auf $[\mathfrak{M};\mathfrak{N}]$. Aus $\bar{n}\ (\lambda)$ und $\bar{m}\ (\lambda)$ laßt sich die spektrale Bundsättigung $p\ (\lambda)$ bestimmen. Ebenso ergeben sich die Grundspektralwertkurven $\bar{t}\ (\lambda)$ und $\bar{d}\ (\lambda)$ als Spektralwertkurven bezogen auf die ins protanopische System transformierte Grundvalenzen $\mathfrak{t}$ und $\mathfrak{d}$ nach Vos und Walraven. Im letzten Abschnitt der theoretischen Auswertungsmethoden wird dann eine Beziehung zwischen Gegenfarben- und Dreikomponententheorie hergestellt, und der Versuch gemacht, eine Aussage über das Zapfenverhaltnis zu treffen.

In der Diskussion werde ich dann meine Ergebnisse mit den Ergebnissen anderer Autoren, die nach anderen Kriterien bestimmt wurden, vergleichen und versuchen, die Charakteristika meiner Daten zu deuten.

IV. Methodik

7.) Versuchspersonen

Die Untersuchungen wurden an zwei mannlichen Versuchspersonen durchgeführt.

A.P., Schüler, 18 Jahre alt. Gemaß den Richtlinien des FNF (15) am Nagelschen Anomaloskop als sicherer Protanop identifiziert. Farnsworth 100 HUE - Test: total error score 156, typisches Protanprofil (16, 61). Wie sich erst im Verlauf der Messungen herausstellte, konnte die Myopie dieser VP durch die Optik des Meßapparates nicht ganz korrigiert werden. Daraus ergibt sich eine deutlich großere Abweichung der experimentellen gegenüber den theoretischen Daten bei A.P. gegenüber der Versuchsperson J.L..

J.L., Student, 26 Jahre alt. Gemaß den Richtlinien des FNF am Nagelschen Anomaloskop als sicherer Protanop identifiziert. Farnsworth 100 HUE - Test: total error score 101, typisches Protanprofil (16, 61).

8.) Apparatur

a) Dreifarbenmeßgerat

Es stand ein Dreifarbenmeßgerat (DFM) nach Guild-Bechstein (3) zur Verfügung (Hersteller: Schmidt und Haensch, Berlin). Die Versuchsperson blickt auf ein zweigeteiltes, kreisrundes Gesichtsfeld mit 1,7° Gesichtswinkel, wobei jede Halfte von einem besonderen Strahlengang ausgeleuchtet wird. Beide Strahlengange erhalten ihr Licht von derselben Lampe. Die zu untersuchenden Farbvalenzen, die von einer Pupillenlichtstarke (11) zwischen 20 und 50 Troland waren, werden vom Probenstrahlengang in das linke Gesichtsfeld abgebildet und konnen im rechten Feld nach Buntton, Buntsattigung und Helligkeit so nachgemischt werden, daß sie vom Farbreiz in der linken Gesichtsfeldhalfte ununterscheidbar werden.

Dies geschieht durch drei sternförmig angeordnete Sektorenpaare S_1, S_2, S_3, die durch drei Farbfilterpaare abgedeckt und deren Öffnungswinkel einstellbar sind.

Diese Filter, Interferenzbandfilter, liefern als instrumentelle Primarvalenzen nahezu monochromatische Strahlung der Wellenlangen 460 nm, 530 nm, 659 nm. Exakt wurden für Blau und Grün Doppelbandfilter des Types DEPAL

a) λ max. = 459 nm HW = 18 nm
b) λ max. = 458 nm HW = 18 nm
c) λ max. = 531 nm HW = 16 nm

und für Rot die Bandfilter des Typs PAL

e) λ max. = 651 nm HW = 22 nm
f) λ max. = 652 nm HW = 21 nm benutzt.

Die geringen Abweichungen von der nominellen Wellenlange können vernachlassigt werden. Das bedeutet also, wir arbeiten im WRIGHTschen Bezugssystem. Über ein rotierendes Prismensystem werden die drei Lichtstrahlen dann additiv gemischt und in das Beobachterauge gelenkt. Der Probenstrahlengang kann in seiner Helligkeit mittels eines Lummer-Brodhun-Sektors variiert werden. Zusatzlich kann buntes oder unbuntes Licht überlagert werden, was vor allem zur äußeren Farbmischung benutzt wird. Abb. 2 zeigt das benutzte Gerat.

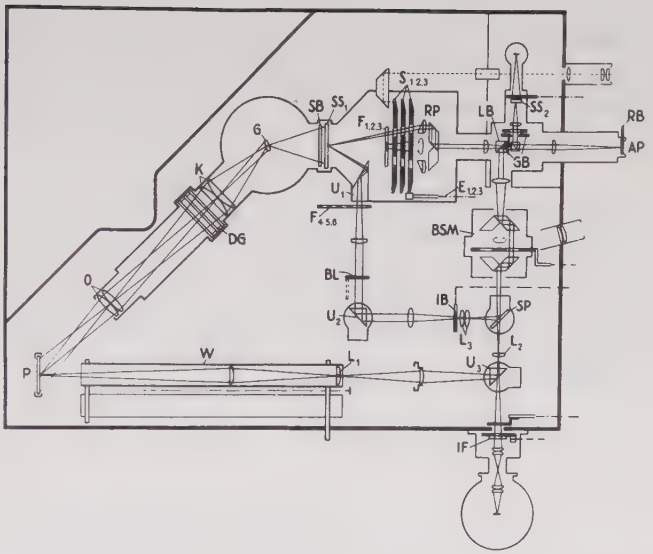


Abb. 2: visuelles Dreifarbenmeßgerat nach Guild-Bechstein.

Es bedeuten:

AP: Austrittspupille; BL: Blende, schwenkbar; BSM: Brodhun-Sektoren-meßvorrichtung; DG: Davis-Gibson Filter; E_1, E_2, E_3: Triebknöpfe; $F_{1/2/3}$ Farbfilter; $F_{4/5/6}$ Farbfilter; G: Glühlampe; GB: Gesichts-feldblende; IB: Irisblende; IF: Interferenzverlaufsfilter; K: Kon-densor; L_1, L_2, L_3: Linsen; LB: Lummer-Brodhun-Würfel; O: Objektiv; P: Probe; RB: Revolverblende; RP: Rotierendes Prismensystem; $S_{1/2/3}$: Sektorenpaare; SB: Siebblende; SP: Spiegelplatte, SS_1, SS_2: Streu-scheiben; U_1, U_2: Umlenkprisma; W: Wechseloptik.

b) Monochromator

Es bestand die Möglichkeit, das DFM mit einem Gittermonochromator (Hersteller: Bausch und Lomb, Rochester N.Y.) zu koppeln. Dieser wurde anstelle des Probenstrahlengangs vor den Lummer-Brodhun-Sektor geschaltet, so daß auch in seinen Strahlengang weißes und farbiges Licht eingeblendet werden konnte. Das wurde bei der Spektralwertbestimmung ausgenutzt (s.o.).

Der Aufbau des Monochromators selbst ist folgendermaßen:
Ein parallelisierter Lichtstrahl wird an einem Reflexionsgitter in seine spektralen Anteile zerlegt. Mit Hilfe eines kippbaren Spiegels, der mit einer Regulierschraube gekoppelt ist, wird Licht einer definierten Wellenlange herausselektiert und in die linke Bildhalfte des DFM eingeblendet.

9.) Normierung des Dreifarbenmeßgerates

Mit Hilfe der - durch die in Abschnitt 8a beschrieben Filter vorgegebenen - Primarvalenzen werden die Messungen im WRIGHTschen System durchgeführt. Es bestehen aber noch große interindividuelle Schwankungen in der Bewertung der Primarvalenzen. Diese sind vor allem durch die unterschiedliche Maculapigmentierung (51) gegeben, betreffen also vor allem den kurzwelligen Basisvektor. Außerdem sind die Unterschiede zwischen den verschiedenen Lampen auszugleichen. - Die dem WDW-System eigene Normierung bietet also die Möglichkeit, bei gleicher Apparatur, die mit verschiedenen Lampen gewonnenen Versuchsergebnisse verschiedener Personen zu vergleichen.

Gemessen wird in den apparativen Primarvalenzen D, E und F. Zur Normierung ins WDW-System, wird E = G gesetzt.

Die Werte für B und R erhalt man, indem man

$$G\,(494) = B\,(494)$$

bzw. $G\,(583) = R\,(583)$ setzt (77).

Durch die Multiplikation der Versuchswerte D und F mit den Faktoren

$\frac{E(494)}{D(494)}$ bzw. $\frac{E(583)}{F(583)}$ erhalt man die Größen B bzw. R.

Die WRIGHTsche Normierung wird also mit Hilfe einer Diagonalmatrix charakterisiert:

$$\begin{pmatrix} B \\ G \\ R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{E(494)}{D(494)} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E(583)}{F(583)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D \\ E \\ F \end{pmatrix} \qquad (43).$$

Die zweite Normierung ist für Protanope nicht ausführbar, da der Ort von λ = 583 nm auf dem Spektralfarbenbezug, d. h. auf der Schnittlinie der Farbtüte mit der Farbtafel, für sie nicht eindeutig lokalisierbar ist. Sie wurde daher von Trichromaten vorgenommen.

10.) Umrechnung vom CIE- in das WDW-System

Die Umrechnung vom CIE- in das WDW-System führt man mit Hilfe von bekannten Farbarten und einer bekannten Farbvalenz durch (66). Die drei WRIGTHschen Primarvalenzen $\mathfrak{B}$ = 460 mm, $\mathfrak{G}$ = 530 mm, $\mathfrak{R}$ = 650 mm stellen die drei Farbarten, das Filter VG12 die bekannte Farbvalenz dar. Dabei vernachlassigt man, daß vom Hersteller aus technischen Gründen mit $\mathfrak{G}$ = 531 mm vorgegeben ist.

Die Spektralwerte der WRIGHTschen Primarvalenzen $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{R}$ im CIE-System lassen sich Tabellen (12) entnehmen. Damit sind die Basisvektoren des WDW-Systems bis auf einen Normierungsfaktor eindeutig bestimmt.

Es gilt $\mathfrak{B}$ = k (0,2908 · $\mathfrak{X}$ + 0,0600 $\mathfrak{Y}$ + 1,6692 $\mathfrak{Z}$)
$\mathfrak{G}$ = l (0,1773 · $\mathfrak{X}$ + 0,8736 $\mathfrak{Y}$ + 0,1 $\mathfrak{Z}$)
$\mathfrak{R}$ = m (0,2835 · $\mathfrak{X}$ + 0,0395 $\mathfrak{Y}$ + 0 $\mathfrak{Z}$).

Transposition und Übergang zu den Farbwerten liefert:

$$(1)\quad \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}2908k & 0{,}1773l & 0{,}2835m \\ 0{,}06\ k & 0{,}8736l & 0{,}0395m \\ 1{,}6692k & 0{,}1\ l & 0\ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ G \\ R \end{pmatrix}$$

Für das Filter VG12 habe ich im Experiment die Farbwerte

$$B_{VG12} = 26{,}41 \ ; \ G_{VG12} = 53{,}6 \ ; \ R_{VG12} = 11{,}05$$

bestimmt. Die Leuchtdichtemessung dieser Farbvalenz mit einem visuellen Photometer ergab den Wert $L = 105{,}04\ cd/m^2$. Die Normfarbwerte des Filters VG12 sind vorgegeben mit $X_{VG12} = 13{,}385$; $Y_{VG12} \equiv$ $= 22{,}836$; $Z_{VG12} = 16{,}052$. Nach Normierung der Normfarbwerte auf $X = L$ ergibt sich

$$X_{VG12} = 61{,}44 \qquad Y_{VG12} = L_{VG12} = 105{,}04 \qquad Z_{VG12} = 73{,}84$$

Einsetzen in Gleichung (1) ergibt:

$$\begin{pmatrix} 62{,}44 \\ 105{,}04 \\ 73{,}84 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}2908k & 0{,}1773l & 0{,}2835m \\ 0{,}06\ k & 0{,}8736l & 0{,}1\ m \\ 1{,}6692k & 0{,}0395l & 0\ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 26{,}41 \\ 53{,}6 \\ 11{,}05 \end{pmatrix}$$

Die Lösungen für die Normierungsfaktoren k,l,m erhalt man nach den Gesetzen der linearen Gleichungssysteme als:

$$k = 1{,}58 \quad l = 1{,}94 \quad m = 9{,}85$$

Damit haben die Matrizen für die Transformation der Farbwerte die Gestalt:

$$(2)\quad \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}46 & 0{,}3441 & 2{,}7918 \\ 0{,}0949 & 1{,}6957 & 1{,}0537 \\ 2{,}6403 & 0{,}0767 & 0\ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ G \\ R \end{pmatrix}$$

$$(3) \qquad \begin{pmatrix} B \\ G \\ R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}007 & -0{,}0185 & 0{,}3782 \\ -0{,}2407 & 0{,}6377 & 0{,}019 \\ 0{,}3857 & -0{,}0755 & -0{,}0647 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

Die Leuchtdichtebeiwerte β , γ , ϱ transformieren sich kontragredient zu den Farbwerten (54) nach der Gleichung:

$$(4) \qquad \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}007 & -0{,}2407 & 0{,}3867 \\ -0{,}0185 & 0{,}6377 & -0{,}0755 \\ 0{,}3782 & 0{,}019 & -0{,}0647 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \\ \varrho \end{pmatrix}$$

V. Versuchsdurchführung

11.) Verwechslungsgerade, Fehlfarbe

Zur experimentellen Ermittlung der Fehlfarbe wurde im Probenstrahlengang eine Farbvalenz vorgegeben: das Filter OG 550, das Filter BG3/1 oder das Filter BG25/1, dem Licht des Filters OG 550, durch Graufilter wechselnder Schwarzung abgeschwächt, zugemischt wurde. Diese Farbvalenzen haben ihren geometrischen Ort in der Farbtafel auf der Verbindungsgeraden zwischen den Örtern für BG25/1 und OG 550.

Die Versuchsperson hatte nun die Aufgabe, diese Farbvalenzen mit Blau, Grün und der Helligkeit nachzumischen. Nach diesem ersten freien Abgleich wurde vom Untersucher ein Rotwert vorgegeben und der Proband wieder aufgefordert, Blau und Grün solange nachzuregeln, bis ihm beide Feldhalften ununterscheidbar schienen. - Während der Versuche zeigte sich, daß es ausreicht, wenn der Protanop den blauen Farbwert für jede Verwechslungsgerade am Anfang einmal einstellte und dann für alle anderen Farbvalenzen konstant hielt. - Der Rotwert wurde dann vom Untersucher in Zehnerschritten variiert und die Prozedur wiederholt. Die Farbvalenzen, die sich auf diese Weise ergeben, sind für den Protanopen ununterscheidbar; sie liegen in der Farbtafel auf einer Geraden, einer Verwechslungsgeraden.

Die Auswertung der Ergebnisse erfolgte gemaß Scheibner und Ludwig (65) wie folgt:

Der Differenzvektor $\vec{D}$ zweier Farbvektoren, deren zugeordnete Farbvalenzen dem Dichromaten ununterscheidbar scheinen, ist für den Dichromaten identisch mit dem Nullvektor.

$$\vec{D} = (B_1-B_2) \cdot \mathfrak{b} + (G_1-G_2) \mathfrak{g} + (R_1-R_2) \cdot \mathfrak{R} \triangleq \sigma$$

Derartige Differenzvektoren beschreiben also diejenigen Farbvektoren, die im Kern der linearen Abbildung des trichromatischen auf einen zweidimensionalen vektoriellen Farbenraum liegen. Alle diese Differenzvektoren können deshalb durch ihre Basis, die Fehlfarbe, beschrieben werden.

In der Praxis zeichnet man jeweils diejenige Farbvalenz einer Verwechslungsgeraden aus, die den Farbwert R = 0 hat und bildet die Differenzvektoren zwischen dem zugehörigen Vektor und allen übrigen Farbvektoren dieser Verwechslungsgeraden.

Durch arithmetische Mittelung erhält man die mittlere Fehlfarbe der Verwechslungsgeraden.

$$\mathcal{F}_j = \frac{\sum_{i=1}^{m} (B_i - B_0)}{m} \mathcal{B} + \frac{\sum_{i=1}^{m} (G_i - G_0)}{m} \mathcal{G} + \frac{\sum_{i=1}^{m} (R_i - R_0)}{m} \mathcal{R}$$

$i = 1 \ldots\ldots m$ m = Anzahl der Farbvektoren pro Verwechslungsgerade
$j = 1 \ldots\ldots n$ n = Anzahl der Verwechslungsgeraden

$\begin{pmatrix} B_0 \\ G_0 \\ R_0 \end{pmatrix}$ ausgezeichneter Farbvektor mit $R_0 = 0$

Eine weitere arithmetische Mittelung über die mittleren Fehlfarben der Verwechslungsgeraden liefern die mittlere Fehlfarbe.

$$\mathcal{F} = \frac{\sum_{j=1}^{n} B_j}{n} \cdot \mathcal{B} + \frac{\sum_{j=1}^{n} G_j}{n} \cdot \mathcal{G} + \frac{\sum_{j=1}^{n} R_j}{n} \cdot \mathcal{R}$$

Auf $G_F = -1$ normiert ergibt sich

(5) $$\mathcal{F} = B_F \cdot \mathcal{B} - 1 \cdot \mathcal{G} + R_F \mathcal{R} \cdot$$

12.) Quervektor, Leuchtdichtebeiwerte, Alychne

Die Alychne kann als die Ebene, in der alle Vektoren der Helligkeit Null liegen, nur indirekt - z. B. mit Hilfe von Quervektorren bestimmt werden. Ein Quervektor ist definiert als Differenzvektor zweier Farben gleicher Helligkeit (64).

Ich ermittelte sie durch direkten heterochromen Helligkeitsabgleich nach dem Gleichheitsprinzip: Im linken und rechten Halbfeld wurden zwei verschiedenfarbige Farbreize vorgegeben, und die Versuchsperson stellte nun die Helligkeit des linken so lange nach, bis ihr beide gleich hell erschienen. Werden diese Farbreize mit

$$\begin{pmatrix} B_1 \\ G_1 \\ R_1 \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} B_2 \\ G_2 \\ R_2 \end{pmatrix}$$

bezeichnet, so gilt für den Quervektor

$$\mathfrak{Q} = (B_1 - B_2)\mathfrak{B} + (G_1 - G_2)\mathfrak{G} + (R_1 - R_2)\mathfrak{R} \quad \text{und mit } G_Q = 1$$

$$\mathfrak{Q} = B_Q\,\mathfrak{B} + 1\,\mathfrak{G} + R_Q\,\mathfrak{R} \qquad (6)$$

Auf diese Art und Weise bestimmte ich je Versuchsperson 16 Quervektoren und bildete das arithmetische Mittel (siehe Abschnitt 11).

Die duale Abbildung χ des dreidimensionalen Farbenraumes auf seinen Körper K, die Menge der möglichen Leuchtdichten

$$\chi : V_3 \to K$$

$$\begin{pmatrix} B \\ G \\ R \end{pmatrix} \mapsto (\beta\ \gamma\ \varrho) \begin{pmatrix} B \\ G \\ R \end{pmatrix} = L \quad \text{mit } L \in K$$

wird charakterisiert durch die einzeilige Matrix ( ), deren Elemente, die Leuchtdichtebeiwerte, sich aus dem Kern der Abbildung berechnen lassen: Alle Vektoren, für die L = 0 gilt, d. h. die die Alychnen bilden, liegen im Kern der Abbildung.

Sowohl Quervektor als auch Fehlfarbe sind Elemente der Alychne; d. h. für die Vektoren $\mathfrak{Q} = B_Q \cdot \mathfrak{L} + \mathfrak{Q} + R_Q \cdot \mathfrak{R}$ und $\mathfrak{F} = B_F \cdot \mathfrak{L} - \mathfrak{Q} + R_F \cdot \mathfrak{R}$ gilt (64):

$$0 = (\beta\ \gamma\ \varrho) \begin{pmatrix} B_Q \\ 1 \\ R_Q \end{pmatrix} = \beta B_Q + \gamma + \varrho R_Q$$

$$0 = (\beta\ \gamma\ \varrho) \begin{pmatrix} B_F \\ -1 \\ R_F \end{pmatrix} = \beta B_F - \gamma + \varrho R_F .$$

Dieses System stellt ein homogenes lineares Gleichungssystem dar, mit dessen Hilfe man die Leuchtdichtebeiwerte bestimmen kann. Da die drei Unbekannten β, γ und ϱ aber nur durch zwei Nebenbedingungen festgelegt sind, wird die Lösung entsprechend den Regeln der linearen Algebra einen Freiheitsgrad haben (s. z. B. 17).

$$0 = \begin{pmatrix} B_F & -1 & R_F \\ B_Q & 1 & R_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \\ \varrho \end{pmatrix}$$

hat die Lösungen

$$\beta = -\frac{R_Q + R_F}{R_F B_Q - R_Q B_F} \cdot \gamma$$

γ beliebig

$$\varrho = \frac{B_Q + B_F}{R_F B_Q - R_Q B_F} \cdot \gamma$$

Dabei ist die Lage von $\mathfrak{F}$ fest vorgegeben, wohingegen $\mathfrak{Q}$ durch eine geeignete Versuchsanordnung auf der Alychne frei wahlbar ist. Es sei daher immer so gewählt, daß $(R_F B_Q + R_Q B_F)$ stets ungleich Null wird.

Wahlt man nun als eine von unendlich vielen Lösungsmöglichkeiten $\gamma = 1$, so ergibt sich für die Leuchtdichtebeiwerte:

$$\beta = -\frac{R_Q + R_F}{R_F B_Q - R_Q B_F}$$

(7) $\gamma = 1$

$$\rho = \frac{B_Q + B_F}{R_F B_Q - R_Q B_F}$$

Die Spur der Alychne ist definiert als die Gerade in der Farbtafel, in der die Alychne mit der Gleichung

$0 = \beta B + \gamma \cdot G + \rho \cdot R$ die Farbtafel mit der Gleichung $1 = B + G + R$ schneidet.

Gleichsetzen und Wechseln zu den Farbwertanteilen ergibt für die Geradengleichung

$$g = -\frac{\rho - \beta}{\gamma - \beta} \cdot r - \frac{\beta}{\gamma - \beta}$$

mit (r, g) als den Koordinaten eines Punktes in der Farbtafel.

Wegen $\gamma = 1$ gilt:

(8) $$g = -\frac{\rho - \beta}{1 - \beta} \cdot r - \frac{\beta}{1 - \beta}$$

13.) Spektralwerte, Neutrale Zone

Die protanopischen Spektralwertfunktionen habe ich mit Hilfe des in Abschnitt 8b beschriebenen Gittermonochromators bestimmt (73). Der "rote" Farbwert wurde konstant auf R = 0 eingestellt und damit ein Abgleich nur mit Blau und Grün erzwungen. Eine Entsattigung der vorgebenen Spektrallichter, falls erforderlich, wurde durch Überlagerung von Licht erzielt, das wahlweise von der Farbart der "blauen" oder "grünen" Primarvalenz war.

In vier Durchgangen bestimmte ich so die "blauen" und die "grünen" spektralen Farbwerte zwischen 415 und 650 nm im Abstand von 5 nm. Diese Werte wurden nach einer radiometrischen Vermessung des Monochromators auf ein isoenergetisches Spektrum umgerechnet. Die Grünkurve $\bar{g}(\ )$ wurde auf den Wert 1 bei λ = 540 nm normiert. Durch die Normierung nach Wright gilt für die "blaue" Kurve $\bar{b}\ (494)_p = \bar{g}\ (494)_p$. Damit ist auch die Blaukurve normiert.

Die gemessenen Spektralwertkurven $\bar{g}\ (\lambda)_p$ und $\bar{b}\ (\lambda)_p$ lassen sich auch als $\bar{g}\ (\lambda)$reduz und $\bar{b}\ (\lambda)$reduz aus den Spektralwertkurven $\bar{b}\ (\lambda)_N$ und $\bar{r}\ (\lambda)_N$ des trichromatischen Normalbeobachters (12, 78) errechnen. Faßt man $\bar{b}\ (\lambda)_N$, $\bar{g}\ (\lambda)_N$ und $\bar{r}\ (\lambda)_N$ als Farbwerte eines isoenergischen Spektrums im BGR-System auf, und seien ($\bar{b}\ (\lambda)$reduz, $\bar{g}\ (\lambda)$reduz, 0) die Farbwerte einer Farbvalenz, die für den Protanopen ununterscheidbar von ($\bar{b}\ (\lambda)_N$, $\bar{g}\ (\lambda)_N$, $\bar{r}\ (\lambda)_N$) ist, dann gilt

$$\begin{pmatrix} \bar{b}\ (\lambda)_N \\ \bar{g}\ (\lambda)_N \\ \bar{r}\ (\lambda)_N \end{pmatrix} + c\,\mathfrak{F} = \begin{pmatrix} \bar{b}\ (\lambda)_{reduz} \\ \bar{g}\ (\lambda)_{reduz} \\ 0 \end{pmatrix}$$

und mit $\mathfrak{F} = 0 \cdot \mathfrak{B} - 1 \cdot \mathfrak{G} + R_F \mathfrak{R}$ (siehe Abschnitt 14)

$$\begin{aligned} \bar{b}\ (\lambda)_N &= \bar{b}\ (\lambda)_{reduz} \\ \bar{g}\ (\lambda)_N - c &= \bar{g}\ (\lambda)_{reduz} \\ \bar{r}\ (\lambda)_N + c.R_F &= 0 \end{aligned}$$

Für die Größe c erhält man $c = \frac{1}{R_F}\,\bar{r}\,(\lambda)_N$. Setzt man dies in die oberen Gleichungen ein, so ergibt sich für $\bar{b}\ (\lambda)_{reduz}$, $\bar{g}\ (\lambda)_{reduz}$

$$(9) \qquad \begin{aligned} \bar{b}\ (\lambda)_{reduz} &= \bar{b}\ (\lambda)_N \\ \bar{g}\ (\lambda)_{reduz} &= \bar{g}\ (\lambda)_N + \frac{1}{R_F}\,\bar{r}\ (\lambda)_N \end{aligned}$$

Für den Protanopen sind alle Farbvalenzen, die auf der Verwechslungsgeraden durch λ_{NZ} liegen ununterscheidbar. Sie liegen in einer Ebene, der neutralen Zone, die aufgespannt wird von der Fehlfarbe $\mathfrak{F}$ und einer beliebigen Farbvalenz $\mathfrak{C}$, die von $\mathfrak{F}$ linear unabhangig und für den Protanopen in der Farbart ununterscheidbar von λ_{NZ} ist.

Die Schnittgerade dieser Ebene mit der Farbtafel entspricht der oben beschriebenen Verwechslungsgeraden und heißt Spur"der neutralen Zone". Die Farbwerte des Vektors $\mathfrak{T}$ erhalt man, indem man R = 0 vorgibt und dem Protanopen die Aufgabe stellt, λ_{NZ} nur mit Blau und Grün nachzumischen. $\mathfrak{T}$ hat dann die Farbwerte $(B_{NZ}, G_{NZ}, 0)$.

Die Spur der neutralen Zone erhält man als die Gerade in der Farbtafel durch die Punkte F und C, wo F und C die geometrischen Örter der Farbvektoren $\mathfrak{F}$ und $\mathfrak{T}$ in der Farbtafel sind mit $F = (g_F, r_F)$, $C = (g_{NZ}, 0)$

$$\frac{g - g_{NZ}}{r} = \frac{g_F - g_{NZ}}{r_F}$$

(10)
$$g = \frac{g_F - g_{NZ}}{r_F} \cdot r + g_{NZ}$$

VI. Ergebnisse

14.) Fehlfarben, Neutrale Zone

Zur Bestimmung der Fehlfarben wurden je Versuchsperson 9 Verwechslungsgeraden bestimmt. Deren Verlauf ist in den Abbildungen 3 und 4 im WDW-System dargestellt. Gleichzeitig ist die Spur der neutralen Zone und λ_{NZ} angegeben.

Für λ_{NZ} ermittelte ich für die beiden Versuchspersonen

A.P. $\lambda_{NZ} = 490$ nm

J.L. $\lambda_{NZ} = 495$ nm.

Die Farbvalenz, die für den Protanopen ununterscheidbar von λ_{NZ} ist und den "roten" Farbwert Null hat, besitzt demnach die Farbwerte:

für A.P.	$B_{NZ} = 1{,}55$	mit den	$b_{NZ} = 0{,}6077$
	$G_{NZ} = 1$	Farbwert-	$g_{NZ} = 0{,}3923$
	$R_{NZ} = 0$	anteilen	$r_{NZ} = 0$
für J.L.	$B_{NZ} = 0{,}89$	mit den	$b_{NZ} = 0{,}4711$
	$G_{NZ} = 1$	Farbwert-	$g_{NZ} = 0{,}5289$
	$R_{NZ} = 0$	anteilen	$r_{NZ} = 0$

Zusammen mit den Farbwerten des Fehlpunktes besitzt die Spur der neutralen Zone entsprechend (10) in § 13 die Gleichung

für A.P. $g = -0{,}4452\ r + 0{,}3923$

für J.L. $g = -0{,}586\ r + 0{,}5289$ (siehe Abb. 5 und 6).

Die Versuche, die nach § 11 durchgeführt wurden, ergaben für die mittleren Fehlfarben $\mathfrak{F}$ entsprechend Gleichung (5) folgende Farbgleichungen und Farbwertanteile:

für A.P. $\mathfrak{F} = 0 \cdot \mathfrak{B} - 1 \cdot \mathfrak{G} + 11.49\,\mathfrak{R}$

$b_F = 0$
$g_F = -0{,}0953$
$r_F = 1{,}0953$

für J.L. $\mathfrak{F} = 0 \cdot \mathfrak{B} - 1 \cdot \mathfrak{G} + 8{,}25 \cdot \mathfrak{R}$

$b_F = 0$
$g_F = -0{,}1379$
$r_F = 1{,}1379$

Mit Hilfe der in § 10 angegebenen Transformationsmatrix errechnen sich die Koordinaten im CIE-System wie folgt:

für A.P.: $\mathfrak{F} = 3{,}04\,\mathfrak{X} + 1\,\mathfrak{Y} - 0{,}01\,\mathfrak{Z}$ mit

$x_F = 0{,}7541$
$y_F = 0{,}2477$
$z_F = 0{,}0018$

für J.L.: $\mathfrak{F} = 3{,}24\,\mathfrak{X} + 1\,\mathfrak{Y} - 0{,}01\,\mathfrak{Z}$ mit

$x_F = 0{,}7660$
$y_F = 0{,}2365$
$z_F = 0{,}0026$

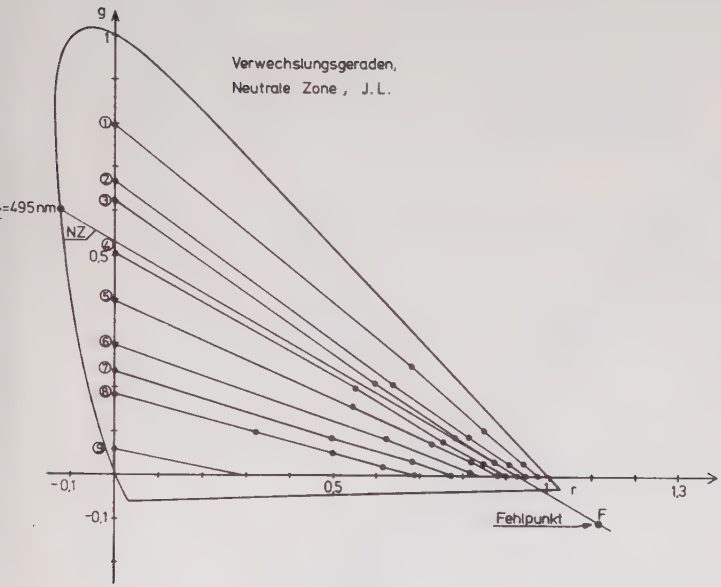


Abb. 3: Verwechslungsgeraden und Fehlfarbe $\mathfrak{F}$ des Protanopen J.L. Die Primarvalenzen $\mathfrak{L},\mathfrak{g},\mathfrak{R}$ wurden nach Wright (77) normiert gemaß G(494) = B(494), G(583) = R(583). λ_{NZ}: Wellenlange minimaler Sattigung; ① bis ⑨: Numerierung der Verwechslungsgeraden; F Fehlpunkt, d. h. Farbart der Fehlfarbe.

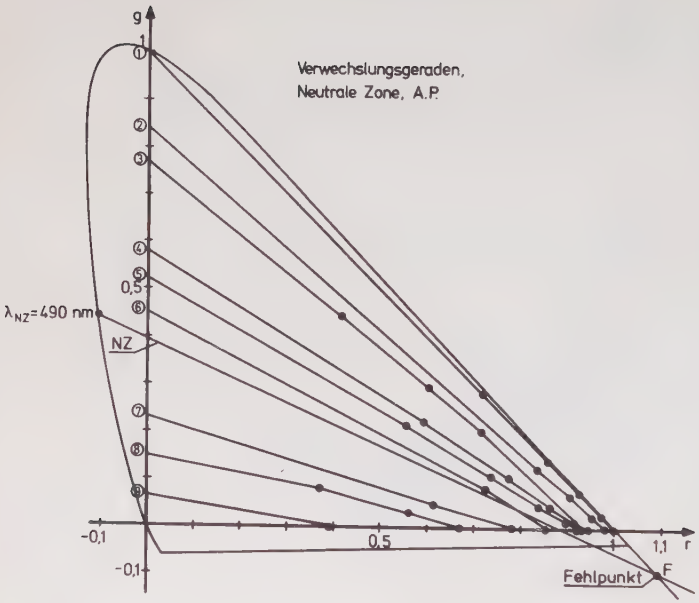


Abb. 4: Verwechslungsgeraden und Fehlfarbe $\mathfrak{F}$ des Protanopen A.P.

15.) Quervektor, Alychne, Leuchtdichtebeiwerte

Quervektor und Alychnenspur sind in den Abb. 5 und 6 eingezeichnet. Gemaß der in § 12 erwahnten Mitteluna über 16 Quervektoren erhalt man für den Quervektor entsprechend Gleichung (6) die folgenden Farbgleichungen:

für A.P.:

$\mathfrak{q} = -18{,}73\,\mathfrak{x} + 1\,\mathfrak{y} + 3{,}78\,\mathfrak{R}$ mit $B_Q = -18{,}73$, $G_Q = 1$, $R_Q = 3{,}78$

für J.L.:

$\mathfrak{q} = -15{,}07\,\mathfrak{x} + 1\,\mathfrak{y} + 1{,}45\,\mathfrak{R}$ mit $B_Q = -15{,}07$, $G_Q = 1$, $R_Q = 1{,}45$

Mit B_Q, G_Q und R_Q kann man nun die Leuchtedichtebeiwerte der Versuchspersonen, die Abneysche Gleichung und die Alychne nach den Gleichungen (7) und (8) von § 12 angeben:

Leuchtdichtebeiwerte: für A.P.: $\beta = 0{,}071$ $\xi = -0{,}328$
$\gamma = 1$ $\eta = 1$
$\varrho = 0{,}087$ $\zeta = 0{,}064$

für J.L.: $\beta = 0{,}078$ $\xi = -0{,}3023$
$\gamma = 1$ $\eta = 1$
$\varrho = 0{,}1212$ $\zeta = 0{,}065$

Abneysche Gleichung: für A.P.: $L = 0{,}071 \cdot B + 1 \cdot G + 0{,}087\ R$
für J.L.: $L = 0{,}078 \cdot B + 1\ G + 0{,}1212\ R$

Alychne: für A.P.: $0 = 0{,}071\ B + 1\ G + 0{,}087\ R$
für J.L.: $0 = 0{,}078\ B + 1\ G + 0{,}1212\ R$

Spur der Alychne: für A.P.: $g = 0{,}0173\ r - 0{,}0763$
für J.L.: $g = -0{,}0469\ r - 0{,}0846$

Legende zu Abbildungen 5 und 6:

Dichromatischer Farbenraum eingebettet in die Farbtafel. Große lateinische Buchstaben bedeuten geometrische Örter der Primarvalenzen in der Farbtafel: B,G,R: WRIGHTsche Primarvalenzen; K,W: Dichromatische Primarvalenzen, F: Fehlfarbe; Q : Quervektor, N,M: Gegenfarbvalenzen, T,D: Grundvalenzen nach Vos und Valraven; T',D': T,D projiziert in den dichromatischen Farbenraum; T'': tritanonische Fehlfarbe nach Wolf und Scheibner.

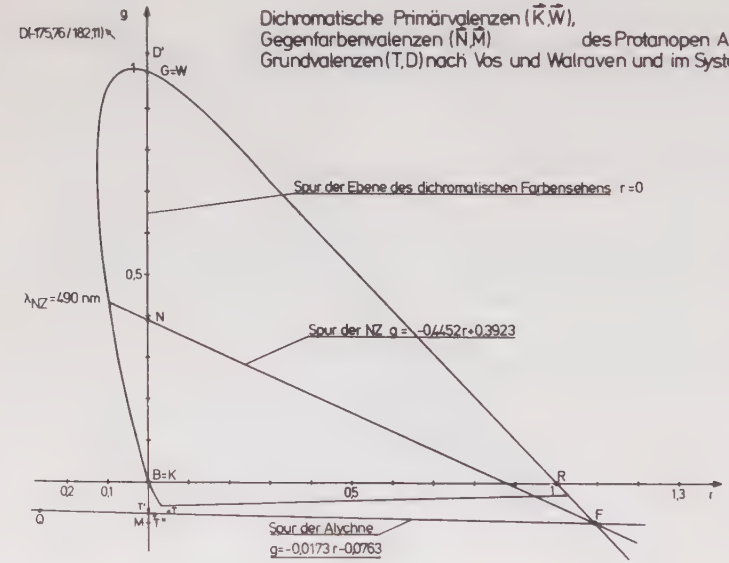
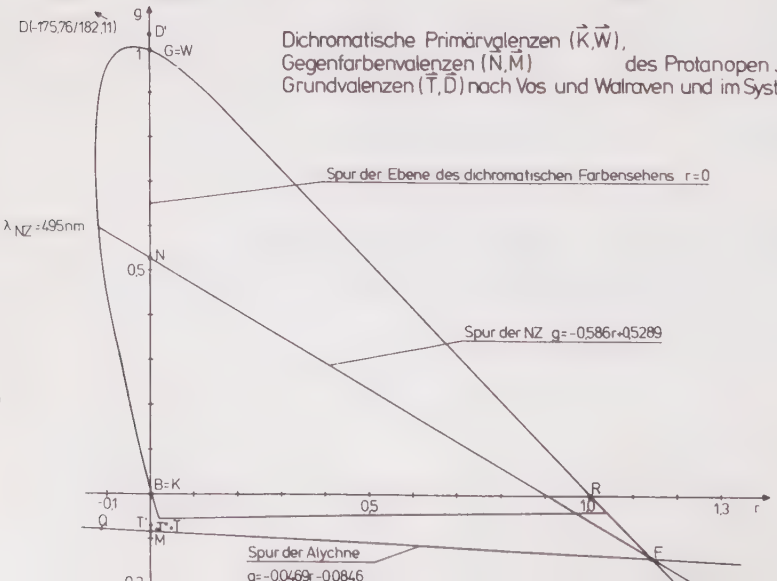


Abb. 5



16.) Spektralwertkurven $\bar{b}\ (\lambda)$, $\bar{g}\ (\lambda)$

Die Zeichnungen 7 und 8 zeigen die Spektralwertkurven $\bar{b}\ (\lambda)$ und $\bar{g}\ (\lambda)$ der beiden Protanopen J.L. und A.P.. Dabei ist gleichzeitig ein Vergleich vorgenommen zwischen den experimentell ermittelten Kurven $\bar{b}\ (\lambda)_p$ und $\bar{g}\ (\lambda)_p$ und den ins BGR System umgerechneten reduzierten Spektralwertkurven des CIE Normalbeobachters 1931, $\bar{b}\ (\lambda)$ reduz, $\bar{g}\ (\lambda)$ reduz.

Die reduzierten Kurven folgen nach § 13 den Gleichungen (9):

Für A.P.
$$\bar{b}\ (\lambda)\ \text{reduz.} = \bar{b}\ (\lambda)_N$$
$$\bar{g}\ (\lambda)\ \text{reduz.} = \bar{g}\ (\lambda)_N + \frac{1}{11{,}49}\,\bar{r}\ (\lambda)_N$$

Für J.L.
$$\bar{b}\ (\lambda)\ \text{reduz.} = \bar{b}\ (\lambda)_N$$
$$\bar{g}\ (\lambda)\ \text{reduz.} = \bar{g}\ (\lambda)_N + \frac{1}{9{,}25}\,\bar{r}\ (\lambda)_N$$

Die Spektralwertkurven sind so normiert, daß für $\lambda = 540$ nm $\bar{g}\ (540) = 1$ gilt. Die Kurve $\bar{b}\ (\lambda)$ ist nach Wright so normiert, daß bei $\lambda = 494$ nm $\bar{b}\ (494) = \bar{g}\ (494)$ gilt.

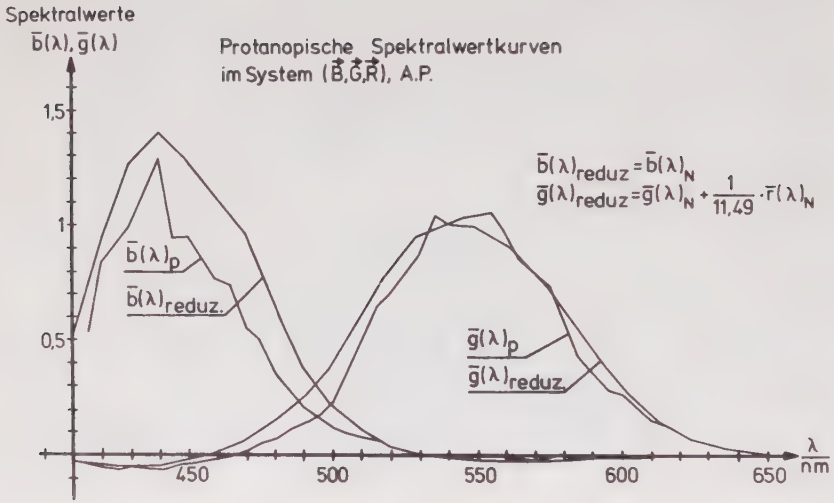


Abb. 7: Spektralwertkurven $\bar{b}(\lambda)_p, \bar{g}(\lambda)_p$ des Protanopen A.P. verglichen mit den reduzierten Spektralwertkurven $\bar{b}(\lambda)$ reduz, $\bar{g}(\lambda)$ reduz des CIE Normalbeobachters 1931

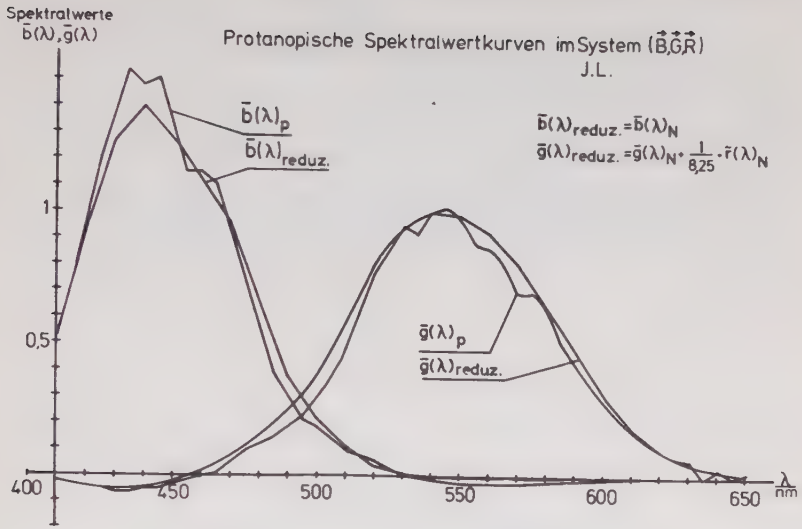
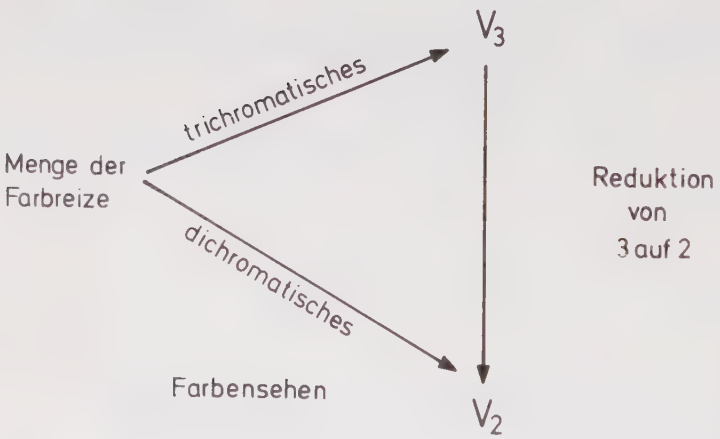


Abb. 8: Spektralwertkurven $\bar{b}(\lambda)_p$, $\bar{g}(\lambda)_p$ des Protanopen J.L. verglichen mit den reduzierten Spektralwertkurven $\bar{b}(\lambda)$ reduz, $g(\lambda)$reduz des CIE Normalbeobachters 1931

VII. Entwicklung theoretischer Auswertungsmethoden

17.) Reduktion der Dichromasie aus der Trichromasie

Eine Dichromasie laßt sich darstellen als Abbildung von der Menge der Farbreize auf einen zweidimensionalen Vektorraum V_2. Daraus folgt, daß diese Abbildung auch beschrieben werden kann durch eine Hintereinanderschaltung des Homomorphismus von der Menge der Farbreize auf den dreidimensionalen Vektorraum V_3 und einer Reduktion von V_3 auf den V_2 (56, 57). Diese Abbildung wird charakterisiert durch ihren Kern, die Fehlfarbe. Man stellt sie dar mit Hilfe einer Matrix $\overline{M}$.



Eine Abbildung eines dreidimensionalen trichromatischen auf einen zweidimensionalen dichromatischen Vektorraum hat - für $\begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix}$ als Vektor aus V_2 und $\begin{pmatrix} B \\ G \\ R \end{pmatrix}$ als Vektor aus V_3 - die allgemeine Form:

$$\begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ G \\ R \end{pmatrix}.$$ Dabei sind $a_{i,j}$ -i,j = 1,2,3-

Koeffizienten, die ich im folgenden genauer spezifizieren werde:

Jede lineare Abbildung wird durch ihren Kern charakterisiert. Der Kern der gesuchten Abbildung ist die protanopische Fehlfarbe $\mathfrak{F}$.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_F \\ -1 \\ R_F \end{pmatrix}$$

Damit ergeben sich zur Bestimmung von sechs gesuchten Koeffizienten die zwei Nebenbedingungen:

(+) $\quad 0 = a_{11}B_F - a_{12} + a_{13}R_F$

(++) $\quad 0 = a_{21}B_F - a_{22} + a_{23}R_F$.

Die Lösung ist also nicht eindeutig. Nach den Satzen über lineare Gleichungssysteme (s. z. B. 17) ist der Lösungsraum vierdimensional, d. h. vier der sechs Koeffizienten sind frei wählbar. Es gibt also unendlich viele Losungsmatrizen.

Ich werde im folgenden eine möglichst einfache Lösung auswahlen: Der einfachste Repräsentant aller Matrizen, die als Kern die Fehlfarbe haben, ist die äquivalente Diagonalmatrix.

$$D_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Da aber noch die beiden Nebenbedingungen (+) und (++) beachtet werden müssen, kann man nur vier Koeffizienten in die Diagonalmatrix einpassen.

Aus den Ergebnissen hat sich B_F stets gleich Null ergeben (vgl. § 14). Damit bieten sich a_{11} und a_{21} als frei wählbar an. Nimmt man noch a_{12} und a_{22} dazu und wählt, entsprechend D_2, $a_{11} = a_{22} = 1$ und $a_{12} = a_{21} = 0$, so ergeben sich für a_{13} und a_{23} mit $B_F \neq 0$ aus (+) und (++):

$$0 = 1 \cdot 0 - 0 + a_{13} B_F \qquad a_{13} = 0$$

$$0 = 0 \cdot 0 - 1 + a_{23} B_F \qquad a_{23} = \frac{1}{B_F}$$

Damit ergibt sich für die Reduktion von 3 auf 2 folgende Gleichung:

$$(11) \qquad \begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{B_F} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} \text{ mit } M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{B_F} \end{pmatrix}$$

18.) Die dichromatischen Primärvalenzen $\mathfrak{S}$ und $\mathfrak{W}$

Der dichromatische Farbenraum wird dargestellt als Quotientenraum Q, $Q = V_3/[\mathfrak{F}]$, wobei V_3 der dreidimensionale trichromatische Farbenraum und $[\mathfrak{F}]$ der durch die Fehlfarbe charakterisierte Kern der Reduktion von 3 auf 2 (siehe § 17) ist. Die Elementen von Q stellen Klassen von Vektoren $\mathfrak{v} + [\mathfrak{F}]$ dar. Dabei ist $\mathfrak{v}$ der Repräsentant der Klasse. Alle Vektoren $\mathfrak{v}$ bilden einen zweidimensionalen Unterraum V_2 von V_3.

Im folgenden sei nicht von Q sondern von V_2 ausgegangen. Das ist erlaubt, da beide Räume isomorph sind. Der Isomorphismus von Q auf V_2 bildet jede Klasse von Vektoren auf ihren zugehörigen Repräsentanten in V_2 ab.

In diesem Abschnitt werden zwei dichromatische Primärvalenzen $\mathfrak{S}$ und $\mathfrak{W}$ bestimmt, die den V_2 aufspannen. Sie ergeben sich mit Hilfe einer Basistransformation aus dem trichromatischen Raum in den Summenraum von V_2 und $[\mathfrak{F}]$.

Für eine Fehlfarbe der Form

$$\mathfrak{F} = 0 \cdot \mathfrak{L} - 1\,\mathfrak{G} + R_F\,\mathfrak{R}$$

lauten die Transformationsgleichungen

$$\begin{aligned} \mathfrak{K} &= B_K \cdot \mathfrak{L} + G_K\,\mathfrak{G} + R_K\,\mathfrak{R} \\ (+)\quad \mathfrak{M} &= B_W \cdot \mathfrak{L} + G_W\,\mathfrak{G} + R_W\,\mathfrak{R} \\ \mathfrak{F} &= 0 \cdot \mathfrak{L} - 1 \cdot \mathfrak{G} + R_F\,\mathfrak{R} \end{aligned}$$

Man bestimmt nun die beiden Basisvektoren, indem man von der Matrix für die Koordinatentransformation ausgeht, die ja als Reduktionsmatrix (11) schon in ihren, die Koordinaten K und W betreffenden, Teilen bekannt ist. Transposition und Inversion liefert die Matrix $\widetilde{M}$, die den Übergang von den Primarvalenzen $\mathfrak{L}, \mathfrak{G}, \mathfrak{R}$ nach $\mathfrak{K}, \mathfrak{M}, \mathfrak{F}$ beschreibt.
Die Koordinatentransformation erfolgt mit Hilfe der Matrix $\widetilde{M}$

$$\begin{pmatrix} K \\ W \\ F \end{pmatrix} = \widetilde{M} \cdot \begin{pmatrix} B \\ G \\ R \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \widetilde{M} = \begin{pmatrix} 1u & 0u & 0u \\ 0v & 1v & 1v \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \qquad (++)$$

$\widetilde{M}$ entsteht aus der Matrix $\overline{M}$ (vgl. § 17, Gleichung (11)) durch Multiplikation der ersten Zeile mit u, der zweiten Zeile mit v und durch Ergänzen von $\overline{M}$ zu einer quadratischen Matrix mit Hilfe einer allgemeinen Zeile bezüglich $\mathfrak{F}$.
Die Buchstaben u und v sollen andeuten, daß die Vektoren $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{M}$ zwar in ihrer Richtung, aber nicht in ihrer Länge festgelegt sind. u und v sind beliebig, aber fest.

Invertieren und Transponieren ergibt $(\widetilde{M}^{-1})^T$.

$$(\widetilde{M}^{-1})^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{u} & \frac{a_{31}}{u(a_{33}R_F - a_{32})} & \frac{-a_{31}\,R_F}{u(a_{33}R_F - a_{32})} \\ 0 & \frac{a_{33}\,R_F}{v(a_{33}R_F - a_{32})} & \frac{-a_{32}\,R_F}{v(a_{33}R_F - a_{32})} \\ 0 & \frac{-1}{(a_{33}R_F - a_{32})} & \frac{R_F}{(a_{33}R_F - a_{32})} \end{pmatrix} \qquad (+++)$$

Vergleicht man (+) mit (+++) so ergibt sich wegen $\mathfrak{F} = 0 \cdot \mathfrak{B} - 1 \mathfrak{G} + R_F \mathfrak{R}$ in (+) für die Gleichung (+++) : $(a_{33}R_F - a_{32}) = 1$.

Die beiden Variablen u und v werden so bestimmt, daß die Transformationsgleichungen möglichst einfache Formen annehmen: u = v = 1.
Damit erhält man für das Gleichungssystem (+)

$$\mathfrak{K} = 1 \cdot \mathfrak{B} + a_{31}\mathfrak{G} - a_{31}R_F\mathfrak{R}$$
$$\mathfrak{M} = 0 \cdot \mathfrak{B} + a_{33}R_F\mathfrak{G} - a_{32}R_F\mathfrak{R}$$
$$\mathfrak{F} = 0 \cdot \mathfrak{B} - 1\mathfrak{G} + R_F\mathfrak{R}$$

Das bedeutet:

1.) $\mathfrak{M}$ liegt in der Ebene B = 0, wobei die Koordinaten bezüglich $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{G}$ beliebig wählbar sind.

$\mathfrak{M}$ hat also seinen Farbton in der Farbtafel auf der Verbindungsgeraden zwischen G und R.

Ich habe in meiner Arbeit die Koeffizienten

$$a_{32} = 0 \qquad a_{33} = \frac{1}{R_F}$$

gewählt. Damit erhält man für $\mathfrak{M}$ $\mathfrak{M} = 0 \cdot \mathfrak{B} + 1 \cdot \mathfrak{G} + 0 \cdot \mathfrak{R} = \mathfrak{G}$
Das bedeutet $\mathfrak{M}$ und die WRIGHTsche Primärvalenz $\mathfrak{G}$ sind identisch.

2.) $\mathfrak{K}$ liegt in einer Ebene, die aufgespannt wird durch die Vektoren $\mathfrak{B}$ und $(\mathfrak{G} - R_F\mathfrak{R})$. Durch die Bedingung u = 1 ist B = 1 vorgeschrieben, während die Koordinate bezüglich des Vektors $(\mathfrak{G} - R_F\mathfrak{R})$ frei wählbar ist.

Die Lage der möglichen Duchstoßpunkte von $\mathfrak{K}$ durch die Farbtafel ware somit durch eine Gerade durch den "blauen" Eckpunkt mit der Steigung

$$m = \frac{-1}{R_F}$$

gegeben.

Da jedoch die Fehlfarbe wegen $\mathcal{F} = 0 \cdot \mathcal{L} - 1\,\mathcal{G} + R_F\mathcal{R}$ unabhängig von der blauen Primärvalenz ist und $\mathcal{F}$ linear abhängig von $\mathcal{G}$ und $\mathcal{R}$, gilt in (++): $F = 0 \cdot B + a_{32}\,G + a_{33}\,R$, d.h. entsprechend Gl.(11) $a_{31} = 0$ und somit

$$\mathcal{K} = \mathcal{L}$$

$\mathcal{K}$ liegt also im "blauen" Eckpunkt der Farbtafel.

Mit Hilfe der oben angegebenen Basistransformation lassen sich die Matrix für den Übergang von $[\mathcal{L};\mathcal{G};\mathcal{R}]$ nach $[\mathcal{K};\mathcal{M};\mathcal{F}]$ und die dazu gehörigen Basisvektoren -übertragen in das jeweils andere System- genau spezifizieren.

Zusammenfassend ergeben sich die Gleichungssysteme:

$$(12)\quad \begin{aligned} \mathcal{K} &= 1\,\mathcal{L} + 0\,\mathcal{G} + 0\,\mathcal{R} = \mathcal{L} \\ \mathcal{M} &= 0\,\mathcal{L} + 1\,\mathcal{G} + 0\,\mathcal{R} = \mathcal{G} \\ \mathcal{F} &= 0\,\mathcal{L} - 1\,\mathcal{G} + R_F\mathcal{R} \end{aligned}$$

$$(13)\quad \begin{pmatrix} K \\ W \\ F \end{pmatrix} = \tilde{M} \begin{pmatrix} B \\ G \\ R \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{R_F} \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_F} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ G \\ R \end{pmatrix}$$

19.) Dichromatisches Farbensehen eingebettet in die Farbtafel

Die Schnittgeraden der Ebene des dichromatischen Farbensehens mit der Farbtafel, die Spur der Ebene des dichromatischen Farbensehens, erhält man als Gerade durch die geometrischen Örter der Vektoren $\mathcal{F}$ und $\mathcal{M}$ in der Farbtafel. Diese haben als Farbwerte die Farbwertanteile der dichromatischen Primärvalenzen in § 18

$$b_{\mathfrak{K}} = 1 \qquad g_{\mathfrak{K}} = 0 \qquad r_{\mathfrak{K}} = 0$$
$$b_{\mathfrak{M}} = 0 \qquad g_{\mathfrak{M}} = 1 \qquad r_{\mathfrak{M}} = 0$$

und liegen somit beide auf der Geraden r = 0.
Damit erhalt man für die Spur die Geradengleichung

$$r = 0$$
$$=====$$

Das bedeutet, der gewahlte dichromatische Farbenraum entspricht der Ebene mit der Gleichung R = 0.

20.) Protanopische Spektralwertkurven

Aus § 18 geht hervor, daß die dichromatischen Primarvalenzen $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{M}$ mit den trichromatischen $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{G}$ identisch sind. Das bedeutet, daß sich die protanopischen Spektralwertkurven $\bar{k}(\lambda)$ und $\bar{w}(\lambda)$ von den im trichromatischen System $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{G}$ und $\mathfrak{R}$ gemessenen $\bar{b}(\lambda)_p$ und $\bar{g}(\lambda)_p$ nur durch einen Normierungsfaktor unterscheiden. Ich habe so normiert, daß $\bar{k}(\lambda_{NE}) = \bar{w}(\lambda_{NE})$ gilt. Die Diagonalmatrix D charakterisiert den Übergang von $(\bar{b}(\lambda)\,p, \bar{g}(\lambda)\,p)$ nach $(\bar{k}(\lambda), \bar{w}(\lambda))$

$$\begin{pmatrix} \bar{k}(\lambda) \\ \bar{w}(\lambda) \end{pmatrix} = D \cdot \begin{pmatrix} \bar{b}(\lambda)\,p \\ \bar{g}(\lambda)\,p \end{pmatrix}$$

$$(14) \quad \begin{pmatrix} \bar{k}(\lambda) \\ \bar{w}(\lambda) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\bar{g}(\lambda_{NE})}{\bar{b}(\lambda_{NE})} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{b}(\lambda)\,p \\ \bar{g}(\lambda)\,p \end{pmatrix}$$

Wendet man die Normierung auch auf die Reduktionsmatrix $\bar{M}$ und die dichromatischen Primarvalenzen $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{M}$ an, so ergibt sich für zukünftige Rechnungen

für M:

(15) $$\begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix} = D \cdot \overline{M} \cdot \begin{pmatrix} B \\ G \\ R \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\bar{g}(\lambda_{NZ})}{\bar{b}(\lambda_{NZ})} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{R_F} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ G \\ R \end{pmatrix}$$

$$= M \cdot \begin{pmatrix} B \\ G \\ R \end{pmatrix}$$

für $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{NP}$:

(16) $\mathfrak{K} = \frac{\bar{b}(\lambda_{NZ})}{\bar{g}(\lambda_{NZ})} \cdot \mathfrak{L}$ (= $B_{NZ}\mathfrak{L}$ siehe § 21)

$\mathfrak{NP} = \mathfrak{Q}$

Dabei repräsentiert die Matrix $\widetilde{M}_N$ den Übergang von $\mathfrak{L}, \mathfrak{Q}, \mathfrak{R}$ nach $\mathfrak{K}, \mathfrak{NP}$

(17) $$\widetilde{M}_N = \begin{pmatrix} B_{NZ} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

21.) Luminanz- und Chrominanzvektor $\mathfrak{N}$ und $\mathfrak{M}$

Das Gegenfarbensystem des Protanopen hat als Basis zwei Vektoren: einen Luminanzvektor $\mathfrak{N}$ und einen Chrominanzvektor $\mathfrak{M}$ (35).

$\mathfrak{N}$ ist derjenige Vektor im dichromatischen Farbenraum, der alle Leuchtdichteinformation trägt und keine Information über die Buntheit (59, 32) besitzt, d. h. $\mathfrak{N}$ liegt in der Neutralen Zone.

$\mathfrak{M}$ ist ein Vektor der Leuchtdichte Null, der alle Bunteigenschaften der Farben vermittelt (59, 32). Also liegt $\mathfrak{M}$ in der Alychne. Damit $\mathfrak{N}$ und $\mathfrak{M}$ in dem gewählten dichromatischen Farbenraum liegen, muß für beide R = 0 gelten. $\mathfrak{N}$ und $\mathfrak{M}$ folgen den Gleichungen

(18) $$\mathfrak{N} = B_{NZ}\mathfrak{L} + 1 \cdot \mathfrak{Q} + 0 \cdot \mathfrak{R}$$
$$\mathfrak{M} = B_A \mathfrak{L} - 1 \cdot \mathfrak{Q} + 0 \cdot \mathfrak{R}$$

der Farbort von $\mathcal{N}$ und $\mathcal{M}$ in der Farbtafel, N bzw. M, liegt genau dort, wo Neutrale Zone bzw. Alychne die Gerade mit der Gleichung r = 0 schneiden (vgl. Abb. 5,6). Der Farbwertanteil g des Chrominanzvektors $\mathcal{M}$ = $(B_A, -1, 0)$

$g = \frac{-1}{B_A - 1}$ ist identisch mit dem Achsenabschnitt der Alychne (Gl.(8), §12)

$c = -\frac{\beta}{1-\beta}$ (Gl.(7), §12)

Damit ergibt sich für B_A:

$$\mathcal{B}_A = \frac{-R_F B_Q}{R_F + B_Q} = \frac{1}{\beta}$$

Setzt man für $\mathcal{L} = \frac{\bar{g}(\lambda_{NZ})_p}{\bar{b}(\lambda_{NZ})_p}\mathcal{R}$, so kann man direkt zur Darstellung von $\mathcal{N}$ und $\mathcal{M}$ im System $[\mathcal{R}, \mathcal{M}]$ übergehen:

$$(+)\quad \mathcal{N} = \frac{\bar{g}(\lambda_{NZ})_p}{\bar{b}(\lambda_{NZ})_p} \cdot B_{NZ} \cdot \mathcal{R} + 1 \cdot \mathcal{M}$$
$$\mathcal{M} = \frac{\bar{g}(\lambda_{NZ})_p}{\bar{b}(\lambda_{NZ})_p} \cdot \mathcal{B}_A \cdot \mathcal{R} - 1 \cdot \mathcal{M}$$

Da die beiden Vektoren $\mathcal{C}_1 = (\bar{b}(\lambda_{NZ})p, \bar{g}(\lambda_{NZ})p, 0)$ und $\mathcal{C}_2 = (B_{NZ}, 1, 0)$ auf ein und derselben protanopischen Verwechslungsgeraden liegen, gilt also

$$\frac{\bar{b}(\lambda_{NZ})p}{\bar{g}(\lambda_{NZ})p} = \frac{B_{NZ}}{1} = B_{NZ}$$

Das Gleichungssystem (+) vereinfacht sich also zu

(19) $\mathcal{N} = 1 \cdot \mathcal{R} + 1 \cdot \mathcal{M}$
$\mathcal{M} = \frac{B_A}{B_{NZ}} \cdot \mathcal{R} - 1 \cdot \mathcal{M}$ mit der zugehörigen Matrix $\tilde{S}$

$$\tilde{S} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \frac{B_A}{B_{NZ}} & -1 \end{pmatrix}$$

Durch Transponieren und Invertieren ergibt sich die Matrix $(\tilde{S}^{-1})^{T}$, die den Übergang von $\begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix}$ nach $\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix}$ beschreibt.

$$\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = (\tilde{S}^{-1})^{T} \cdot \begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{B_{NZ}}{B_{NZ} + B_A} & \frac{B_A}{B_{NZ} + B_A} \\ \frac{-B_{NZ}}{B_{NZ} + B_A} & \frac{B_{NZ}}{B_{NZ} + B_A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix}$$

$$= \frac{B_{NZ}}{B_{NZ} + B_A} \begin{pmatrix} 1 & \frac{B_A}{B_{NZ}} \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix}$$

Normiert man mit $\frac{B_{NZ} + B_R}{B_{NZ}}$ so ergibt sich die endgültige Form mit der vereinfachten Matrix S

(20)
$$\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{B_A}{B_{NZ}} \\ +1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = S \cdot \begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix}$$

22.) Protanopische spektrale Bunt- und Hellempfindlichkeiten $\overline{m}(\lambda)$ und $\overline{n}(\lambda)$ und spektrale Buntsattigung $p(\lambda)$

Da für die Transformation der Farbwerte von $[\bar{x}, \bar{z}]$ nach $[\bar{n}, \bar{m}]$ entsprechend § 21 (Gleichung (20))

$$\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{B_A}{B_{NZ}} \\ +1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix} \text{ gilt,}$$

folgen die Gegenfarbenkurven den Gleichungen

$$\bar{n}(\lambda) = 1 \cdot \bar{k}(\lambda) + \frac{B_A}{B_{NZ}} \cdot \bar{w}(\lambda)$$

(21)

$$\bar{m}(\lambda) = 1 \cdot \bar{k}(\lambda) - 1 \cdot \bar{w}(\lambda) .$$

Dabei beschreibt $\bar{n}(\lambda)$ die spektrale Hell- und $\bar{m}(\lambda)$ die spektrale Buntempfindlichkeit des Protanopen.

Bildet man den Betrag des Quotienten aus "Buntwert" $\bar{m}(\lambda)$ und Hellempfindlichkeit $\bar{n}(\lambda)$ in Abhängigkeit von der Wellenlange, so ergibt sich die spektrale Buntsattigung $p(\lambda)$

$$p(\lambda) = \left| \frac{\bar{m}(\lambda)}{\bar{n}(\lambda)} \right| . \qquad (22)$$

Für λ_{Nz} gilt wegen $\bar{m}(\lambda_{Nz}) = 0$ $p(\lambda_{Nz}) = 0$, was der Farbempfindung Unbunt beim Protanopen entspricht.

23.) Grundvalenzen $\mathfrak{Z}$, $\mathfrak{J}$ im dichromatischen System $[\mathfrak{X}; \mathfrak{M}]$ (33)

Die geometrischen Örter der Grundvalenzen in der Farbtafel erhalt man, wie in § 5a dargestellt, als die Örter der Fehlfarben der entsprechenden Dichromasien. Damit ist $\mathcal{P}$, der Farbvektor von Erythrolab, identisch mit $\mathfrak{F}$. Die Werte für $\mathfrak{Z}$ und $\mathfrak{J}$ wahlte ich von Walraven (74,75).

Die Koordinaten der Grundvalenzen im dichromatischen System $[\mathfrak{X}; \mathfrak{M}]$ erhält man durch Multiplikation ihrer Koordinaten in $[\mathfrak{L}; \mathfrak{G}; \mathfrak{R}]$ mit der Reduktionsmatrix M (vgl. § 20).

Ordnet man den Grundvalenzen im System $[\mathfrak{L}; \mathfrak{G}; \mathfrak{R}]$ die Farbwerte

$$\mathcal{P} = \mathfrak{F} = (0; -1; R_F)$$

(23)

$$\mathfrak{J} = (B_D; 1; R_D)$$

$$\mathfrak{Z} = (B_T; -1; R_T)$$ zu, so ergibt sich mit Hilfe von (15) für

ihre Darstellung bezüglich $[\mathfrak{X}; \mathfrak{M}]$:

$$\begin{pmatrix} K_T \\ W_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{B_{NZ}} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{R_F} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_T \\ -1 \\ R_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{B_T}{B_{NZ}} \\ \frac{R_T - R_F}{R_F} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} K_D \\ W_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{B_{NZ}} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{R_F} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_D \\ 1 \\ R_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{B_D}{B_{NZ}} \\ \frac{R_D + R_F}{R_F} \end{pmatrix}$$

Das bedeutet für die Vektoren $\mathcal{T}$ und $\mathcal{J}$ nach Normierung auf $K_T = 1$ und $W_D = 1$

$$\mathcal{T} = 1\ \mathcal{R} + \frac{(R_T - R_F) \cdot B_{NZ}}{R_F \cdot B_T}\ \mathcal{M}$$

$$\mathcal{J} = \frac{B_D \cdot R_F}{B_{NZ}\ (R_F + R_D)}\ \mathcal{R} + 1\ \mathcal{M} \tag{24}$$

$\mathcal{T}$ wird definitionsgemaß auf den Nullvektor abgebildet.

Die Normierung der Grundvalenzen auf $G_F = G_T = -1$ und $G_D = 1$ in (23) erfolgte deshalb, damit die Vektoren der Farbtüte im System $[\mathcal{P}; \mathcal{J}, \mathcal{T}]$ nur positive Farbwerte aufweisen und damit auch die Grundspektralwertkurven positiv sind.

Gleichfalls ist $\mathcal{M}$ auf $G_m = -1$ normiert, und es wird so erreicht, daß die Spektralfarben diesseits der NZ, also im kurzwelligen Bereich, positive Buntempfindung, die im langwelligen Bereich negative Buntempfindung haben (siehe Abbildungen 11 und 12).

Für die Koordinaten der transformierten Grundvalenzen ergeben sich die Gleichungen in $[\mathcal{L}; \mathcal{G}; \mathcal{R}]$ durch Einsetzen in Analogie zu Gl.(17), § 20.

$$\mathcal{T} = B_T \cdot \mathcal{L} + \frac{R_T - R_F}{R_F} \cdot \mathcal{G} + 0 \cdot \mathcal{R}$$

$$\mathcal{J} = B_D \cdot \mathcal{L} + \frac{R_D + R_F}{R_F} \cdot \mathcal{G} + 0 \cdot \mathcal{R} \tag{25}$$

24.) Grundspektralwertkurven $\bar{t}(\lambda)$, $\bar{d}(\lambda)$ (33)

In § 23 beschreiben die Gl.(24) die Darstellung der Grundvalenzen $\mathcal{T}$ und $\mathcal{J}$ im System $[\mathfrak{K};\mathfrak{M}]$

$$\mathcal{T} = \frac{B_T}{B_{NZ}} \cdot \mathfrak{K} + \frac{R_T - R_F}{R_F} \cdot \mathfrak{M}$$

$$\mathcal{J} = \frac{B_D}{B_{NZ}} \cdot \mathfrak{K} + \frac{R_D + R_F}{R_F} \cdot \mathfrak{M} \quad \text{mit } \tilde{C}$$

$$\tilde{C} = \begin{pmatrix} \frac{B_T}{B_{NZ}} & \frac{R_T - R_F}{R_F} \\ \frac{B_D}{B_{NZ}} & \frac{R_D + R_F}{R_F} \end{pmatrix}$$

Die Grundspektralwerte T, D erhalt man durch Inversion und Transposition aus $\tilde{C}$ mit Hilfe von $(\tilde{C}^{-1})^T$:

$$\begin{pmatrix} T \\ D \end{pmatrix} = (\tilde{C}^{-1})^T \begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix} \quad \text{mit}$$

$$(\tilde{C}^{-1})^T = \begin{pmatrix} \frac{B_{NZ}(R_D + R_F)}{B_T(R_D+R_F) - B_D(R_T-R_F)} & \frac{-R_F B_D}{B_T(R_D+R_F) - B_D(R_T-R_F)} \\ \frac{-B_{NZ}(R_T - R_F)}{B_T(R_D+R_F) - B_D(R_T-R_F)} & \frac{R_F B_T}{R_T(R_D+R_F) - B_D(R_T-R_F)} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{B_T(R_D+R_F) - B_D(R_T-R_F)} \begin{pmatrix} B_{NZ}(R_F+R_D) & -R_F B_D \\ B_{NZ}(R_F-R_T) & R_F B_T \end{pmatrix}$$

Nach einer Vereinfachung durch zeilenweises Umnormieren erhält man die Farbwerte von $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{J}$ im System $[\mathfrak{K}; \mathfrak{M}]$ mit Hilfe der Matrix C

$$(26) \quad \begin{pmatrix} T \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{R_F B_D}{B_{NZ}(R_F+R_D)} \\ \frac{B_{NZ}(R_F-R_T)}{R_F B_T} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix}$$

$$= C \begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix}$$

T und D einzeln aufgetragen gegen die Wellenlange, liefert die Grundspektralwertkurven $\bar{t}(\lambda)$ und $\bar{d}(\lambda)$:

$$(27) \quad \begin{aligned} \bar{t}(\lambda) &= 1 \cdot \bar{k}(\lambda) - \frac{B_D R_F}{B_{NZ}(R_D+R_F)} \bar{w}(\lambda) \\ \bar{d}(\lambda) &= \frac{B_{NZ}(R_T-R_F)}{B_T R_F} \bar{k}(\lambda) + 1 \cdot \bar{w}(\lambda) \end{aligned}$$

25.) Übergang von $[\mathfrak{T};\mathfrak{J}]$ nach $[\mathfrak{N};\mathfrak{M}]$

Die Transformation von den Grundvalenzen $\mathfrak{T},\mathfrak{J}$ auf die Gegenfarbvalenzen $\mathfrak{N},\mathfrak{M}$ erfolgt durch die Hintereinanderschaltung der Abbildungen von $[\mathfrak{T};\mathfrak{J}]$ nach $[\mathfrak{R};\mathfrak{W}]$ und von $[\mathfrak{R},\mathfrak{W}]$ nach $[\mathfrak{N};\mathfrak{M}]$, ausgedrückt durch das Matrizenprodukt $\tilde{S}\cdot(C^{-1})$ (siehe § 21 und 24, Gleichungen (19) und (26)).

$$\begin{pmatrix}\mathfrak{T}\\ \mathfrak{J}\end{pmatrix} \xrightarrow[\tilde{S}\cdot(C^{-1})]{} \begin{pmatrix}\mathfrak{N}\\ \mathfrak{M}\end{pmatrix}$$

$$\tilde{S}\cdot C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \dfrac{B_A}{B_{NZ}} & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dfrac{B_{NZ}(R_D+R_F)}{B_T(R_D+R_F)-B_D(R_T-R_F)} & -\dfrac{B_{NZ}(R_T-R_F)}{B_T(R_D+R_F)-B_D(R_T-R_F)} \\ -\dfrac{R_FR_D}{B_T(R_D+R_F)-B_D(R_T-R_F)} & \dfrac{R_FB_T}{B_T(R_D+R_F)-B_D(R_T-R_F)} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{B_T(R_D+R_F)-B_D(R_T-R_F)} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \dfrac{B_A}{B_{NZ}} & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{NZ}(R_D+R_F) & B_{NZ}(R_F-R_T) \\ -R_FB_D & R_FR_T \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{B_T(R_D+R_F)-B_D(R_T-R_F)} \begin{pmatrix} B_{NZ}(R_D+R_F)-R_FB_D & B_{NZ}(R_F-R_T)+R_FB_T \\ B_A(R_D+R_F)+R_FB_D & B_A(R_F-R_T)-R_FB_T \end{pmatrix}$$

Nach Normierung ergibt sich:

$$\mathfrak{N} = \big(B_{NZ}(R_D+R_F)-B_FB_D\big)\mathfrak{T} + \big(B_{NZ}(R_F-R_T)+R_FB_T\big)\mathfrak{J}$$
$$\mathfrak{M} = \big(B_A(R_D+R_F)+R_FB_D\big)\mathfrak{T} + \big(B_A(R_F-R_T)-R_FR_T\big)\mathfrak{J},$$

und entsprechend für die Farbwerte

$$\begin{pmatrix}N\\ M\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{NZ}(R_D+R_F)-R_FB_D & B_{NZ}(R_F-R_T)+R_FB_T \\ B_A(R_D+R_F)+R_FB_D & B_A(R_F-R_T)-R_FB_T \end{pmatrix}^{-1\,T} \begin{pmatrix}T\\ D\end{pmatrix}$$

Nach Transposition, Inversion und Normierung ergibt sich:

(+)
$$\begin{pmatrix}N\\ M\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_A(R_F-R_T)-R_FB_T & -B_A(R_D+R_F)-R_FB_D \\ B_{NZ}(R_T-R_F)-R_FB_T & B_{NZ}(R_D+R_F)-R_FB_D \end{pmatrix} \begin{pmatrix}T\\ D\end{pmatrix}$$

Für die Hellempfindlichkeit $\bar{n}(\lambda)$ und die Buntempfindlichkeit $\bar{m}(\lambda)$ dargestellt in Abhangigkeit von den Grundspektralwertkurven, ergeben sich somit die Aussagen:

$$\bar{n}(\lambda) = \frac{B_A(R_T-R_F)+R_FB_T}{B_A(R_D+R_F)+R_FB_T} \cdot \bar{t}(\lambda) + \quad 1 \quad \cdot \bar{d}(\lambda)$$

$$\bar{m}(\lambda) = \quad 1 \quad \cdot \bar{t}(\lambda) + \frac{B_{NZ}(R_D+R_F)-R_FB_D}{B_{NZ}(R_T-R_F)-R_FB_T} \cdot \bar{d}(\lambda)$$

Um eine sinnvolle Aussage machen zu können über das Verhältnis, mit dem die Grundspektralwertkurven $\bar{t}(\lambda)$, $\bar{d}(\lambda)$ zum Entstehen der Gegenfarbenkurven $\bar{n}(\lambda)$, $\bar{m}(\lambda)$ beitragen, muß man von flachengleichen Grundspektralwertkurven ausgehen. Das bedeutet

$$\int_K^L \bar{d}(\lambda)\, d\lambda = \int_K^L \bar{t}(\lambda)\, d\lambda \quad \text{, d. h. integriert man beide Kurven}$$

über die Wellenlange vom kurzwelligen bis zum langwelligen Spektrumsende, ist das Ergebnis für beide Kurven gleich. Um diese Bedingung zu erfüllen, muß man die Spektralwertkurven normieren. Für flachengleiche Grundspektralwertkurven $\bar{t}(\lambda)_f$, $\bar{d}(\lambda)_f$ dargestellt in Abhangigkeit von den Gegenfarbenkurven gilt nach Inversion und Normierung von (+)

$$\bar{t}(\lambda)_f = (B_{NZ}(R_D+R_F)-R_FB_D)\frac{\int\bar{d}(\lambda)d\lambda}{\int\bar{t}(\lambda)d\lambda} \cdot \bar{n}(\lambda) + (B_A(R_D+R_F)+B_DR_F)\frac{\int\bar{d}(\lambda)d\lambda}{\int\bar{t}(\lambda)d\lambda}\bar{m}(\lambda$$

$$\bar{d}(\lambda)_f = (B_{NZ}(R_F-R_T)+R_FB_T) \cdot \quad \bar{n}(\lambda) + (B_A(R_F-R_T)-R_FB_T)\,\bar{m}(\lambda)$$

Dabei entspricht $\frac{\int\bar{d}(\lambda)d\lambda}{\int\bar{t}(\lambda)d\lambda}$ dem Quotienten der Integrale der unnormierten Kurven $\bar{t}(\lambda)$, $\bar{d}(\lambda)$, die bis auf den Normierungsfaktor denselben Gleichungen gehorchen wie (++).

Damit ergeben sich für die Gegenfarbenkurven $\bar{n}(\lambda)$, $\bar{m}(\lambda)$ in Abhangigkeit von flachengleich normierten Grundspektralwertkurven die Gleichungen

$$\bar{n}(\lambda) = \frac{B_A(R_T-R_F)+R_FB_T}{B_A(R_D+R_F)+R_FB_D} \cdot \frac{\int\bar{t}(\lambda)d\lambda}{\int\bar{d}(\lambda)d\lambda} \quad \bar{t}(\lambda)_f + \quad 1 \quad \cdot \bar{d}(\lambda)_f$$

$$\bar{m}(\lambda) = \quad 1 \cdot \bar{t}(\lambda)_f \quad \frac{B_{NZ}(R_D+R_F)-R_FB_D}{B_{NZ}(R_T-R_F)-R_FB_T} \cdot \frac{\int\bar{d}(\lambda)d\lambda}{\int\bar{t}(\lambda)d\lambda} \cdot \bar{d}(\lambda)_f$$

Auf Farbwerte und Primärvalenzen angewandt erhalt man für T_f, D_f Farbwerte und $\mathfrak{z}_f, \mathfrak{v}_f$ Primarvaleznen der flachengleichen Grundspektralwertkurven

$$(29)\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_A(R_F-R_T)-R_FB_T & (-B_A(R_D+R_F)-R_FB_D)\cdot\frac{\int\bar{a}(\lambda)\,d\lambda}{\int\bar{t}(\lambda)\,d\lambda} \\ B_{NZ}(R_T-R_F)-R_FB_T & (B_{NZ}(R_D+R_F)-R_FB_D)\cdot\frac{\int\bar{a}(\lambda)\,d\lambda}{\int\bar{t}(\lambda)\,d\lambda} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T_f \\ D_f \end{pmatrix}$$

$$(30)\begin{pmatrix} \mathfrak{z}_f \\ \mathfrak{v}_f \end{pmatrix} \xrightarrow[(S\cdot C^{-1})_f]{} \begin{pmatrix} \mathfrak{r} \\ \mathfrak{m} \end{pmatrix}$$

$$(S\cdot C^{-1})_f = \begin{pmatrix} (B_{NZ}(R_D+R_F)-R_FB_D)\cdot\frac{\int\bar{a}(\lambda)\,d\lambda}{\int\bar{t}(\lambda)\,d\lambda} & B_{NZ}(R_F-R_T)+R_FB_T \\ (B_A(R_D+R_F)+R_FB_D)\cdot\frac{\int\bar{a}(\lambda)\,d\lambda}{\int\bar{t}(\lambda)\,d\lambda} & B_A(R_F-R_T)-R_FB_T \end{pmatrix}\frac{1}{B_T(R_D+R_F)-B_D(R_T-R_F)}$$

26.) Bestimmung des Zapfenverhaltnisses mit Hilfe der Transformation der Leuchtdichtebeiwerte

Die Leuchtdichtebeiwerte (§12) transformieren sich mit Hilfe derselben Matrizen wie die Basisvektoren (54). Durch schrittweises Transformieren bis zu den Leuchtdichtebeiwerten τ und δ der Grundvalenzen $\mathfrak{z}$ bzw. $\mathfrak{v}$, laßt sich eine Aussage über das Zapfenverhaltnis machen. Nach § 12, (7) gilt für die Leuchtdichtebeiwerte β, γ, ϱ in $[\mathfrak{L}; \mathfrak{Q}, \mathfrak{R}]$

$$\beta = -\frac{R_Q+R_F}{R_FB_Q - R_QB_F}$$

$$\gamma = 1$$

$$\varrho = \frac{B_Q+B_F}{R_FB_Q - R_QB_F}$$

und wegen B_F stets $B_F = 0$ (siehe § 14)

$$\beta = -\frac{R_Q+R_F}{R_F B_Q}$$

(31) $\gamma = 1$

$$\varrho = \frac{1}{R_F}$$

a) Reduktion von $[\mathfrak{B}\,;\mathfrak{G}\,;\mathfrak{R}]$ nach $[\mathfrak{F}\,;\mathfrak{M}]$

Die Leuchtdichtebeiwerte $\mathfrak{K}$ und ω der dichromatischen Primärvalenzen $\mathfrak{F}$ und $\mathfrak{M}$ ergeben sich nach Multiplikation von β , γ , ϱ mit der Matrix M_N aus § 20:

$$(32)\begin{pmatrix}\mathfrak{K}\\ \omega\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{NZ} & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\frac{R_Q+R_F}{R_F B_Q}\\ 1\\ \frac{1}{R_F}\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -\frac{B_{NZ}(R_Q+R_F)}{R_F B_Q}\\ 1\end{pmatrix}$$

Damit bekommt man mit Hilfe der ABNEYschen Gleichung (§ 6) im dichromatischen System für eine Farbvalenz $\mathfrak{C}$

$\mathfrak{C} = K\,\mathfrak{F} + W\,\mathfrak{M}$ die Leuchtdichte L_C

$L_C = \mathfrak{K}\,K + \omega\,W$

$= -\frac{B_{NZ}(R_Q+R_F)}{R_F B_Q}\cdot K + 1 \cdot W$

die Alychne hat im dichromatischen System dann die Gleichung

$$0 = \mathcal{K}\ K + \omega\ W$$
$$= -\ \frac{B_{NZ}(R_Q+R_F)}{R_F B_Q}\ K + 1\ W$$

b) Transformation von $[\mathfrak{R}; \mathfrak{M}]$ nach $[\mathfrak{T}, \mathfrak{J}]$

Die zu den Grundvalenzen $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{J}$ zugehörigen Leuchtdichtebeiwerte τ und δ errechnet man aus $\mathcal{K}$ und ω mit der Matrix $\tilde{C}$ in § 23, (24). Um eine sinnvolle Aussage über die Leuchtdichtebeiwerte machen zu können, muß man von flachengleichen Kurven $\bar{t}\ (\lambda)_f$ und $\bar{d}\ (\lambda)_f$ ausgehen. Damit erhalt $\tilde{C}$ die Gestalt:

$$\tilde{C} = \begin{pmatrix} \frac{B_T}{B_{NZ}} & \frac{R_T-R_F}{R_F} \\ \frac{B_D}{B_{NZ}} \cdot \frac{\int \bar{d}(\lambda)d\lambda}{\int \bar{t}(\lambda)d\lambda} & \frac{R_D+R_F}{R_F} \cdot \frac{\int \bar{d}(\lambda)d\lambda}{\int \bar{t}(\lambda)d\lambda} \end{pmatrix}$$

Da $\mathfrak{Q}$ und $\mathfrak{M}$ auf einer protanopischen Verwechslungsgeraden liegen, sind sie für den Protanopen von gleicher Farbart und damit ununterscheidbar. Ihre Farbwerte sind nach gleicher Normierung auf G = -1 somit austauschbar $(-B_Q; -1, -R_Q) \equiv (B_A, 1, 0)$. Setzt man für $\mathfrak{Q}$ die Farbwerte von $\mathfrak{M}$ ein, ergibt sich weiter

$$\begin{pmatrix} \tau \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{B_T}{B_{NZ}} & \frac{R_T-R_F}{R_F} \\ \frac{B_D}{B_{NZ}} \cdot \frac{\int \bar{d}(\lambda)d\lambda}{\int \bar{t}(\lambda)d\lambda} & \frac{R_D+R_F}{R_F} \cdot \frac{\int \bar{d}(\lambda)d\lambda}{\int \bar{t}(\lambda)d\lambda} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{K} \\ \omega \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{B_T}{B_{NZ}} & \frac{R_T - R_F}{R_F} \\ \frac{B_D}{B_{NZ}} \cdot \frac{\int \bar{a}(\lambda)\,d\lambda}{\int \bar{t}(\lambda)\,d(\lambda)} & \frac{R_D + R_F}{R_F} \cdot \frac{\int \bar{a}(\lambda)\,d\lambda}{\int \bar{t}(\lambda)\,d\lambda} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{B_{NZ}(R_Q + R_F)}{B_Q R_F} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{B_T}{B_{NZ}} & \frac{R_T - R_F}{R_F} \\ \frac{B_D}{B_{NZ}} \cdot \frac{\int \bar{a}(\lambda)\,d\lambda}{\int \bar{t}(\lambda)\,d\lambda} & \frac{R_D + R_F}{R_F} \cdot \frac{\int \bar{a}(\lambda)\,d\lambda}{\int \bar{t}(\lambda)\,d\lambda} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{B_{NZ}}{B_Q} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(33) \quad \begin{pmatrix} \tau \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{B_A(R_T - R_F) + B_T R_F}{B_A R_F} \\ \frac{B_A(R_D + R_F) + B_D R_F}{B_A R_F} \cdot \frac{\int \bar{a}(\lambda)\,d\lambda}{\int \bar{t}(\lambda)\,d\lambda} \end{pmatrix}$$

Dementsprechend ergibt sich für die ABNEYsche Gleichung im System $[\mathcal{T}\ ;\mathcal{J}]$ und für die Leuchtdichtebeiwerte τ und δ der beiden Grundvalenzen der Ausdruck

$$L = \tau\, T_{\not p} + \delta\, D_{\not p} \,.$$

$$L = (B_A(R_T - R_F) + B_T R_F)\, T_{\not p} + (B_A(R_D + R_F) + B_D R_F) \cdot \frac{\int \bar{a}(\lambda)\,d\lambda}{\int \bar{t}(\lambda)\,d\lambda} \cdot D_{\not p}$$

nach Normierung.

c) Transformation von $[\mathcal{T}\ ;\mathcal{J}]$ nach $[\mathcal{R}\ ;\mathcal{M}]$

Zur Kontrolle sei hier noch die Transformation von $\begin{pmatrix} \tau \\ \delta \end{pmatrix}$ nach $\begin{pmatrix} \gamma \\ \mu \end{pmatrix}$ durchgeführt. Dabei ist μ der Leuchtdichtebeiwerte des Chrominanzvektors $\mathcal{M}$. Da $\mathcal{M}$ in der Alchne liegt, muß $\mu = 0$ gelten. γ ist der Leuchtdichtebeiwert des Luminanzvektors $\mathcal{R}$. Damit muß γ von Null verschieden sein.

Die Transformation von $[\mathfrak{r}\ ;\mathfrak{J}]$ nach $[\mathfrak{N}\ ;\mathfrak{M}]$ erfolgt mit Hilfe der Matrix $(S \cdot C^{-1})_{\mathfrak{r}}$ aus § 25. Für γ und μ ergibt sich

$$\begin{pmatrix}\gamma\\ \mu\end{pmatrix} = (S \cdot C^{-1})_{\mathfrak{r}} \cdot \begin{pmatrix}\tau\\ \delta\end{pmatrix}$$

$$\gamma = \frac{(B_{NZ}(R_D+R_F)-R_FB_D)\ (B_A(R_T-R_F)+B_TR_F)+(B_{NZ}(R_F-R_T)+R_FB_T)(B_A(R_D+R_F)+B_DR_F)}{B_AR_F(B_T(R_D+R_F)-B_D(R_T-R_F))} \cdot \frac{\int\bar{\alpha}(\lambda)d\lambda}{\int\bar{\varepsilon}(\lambda)d\lambda}$$

$$= \frac{B_{NZ}+B_A}{B_A} \cdot \frac{\int\bar{\alpha}(\lambda)d\lambda}{\int\bar{\varepsilon}(\lambda)d\lambda}$$

$$\mu = \frac{(B_A(R_D+R_F)+R_FB_D)(B_A(R_T-R_F)+B_TR_F)+(B_A(R_F-R_T)-R_FB_T)(B_A(R_D+R_F)+B_DR_F)}{B_AR_F(B_T(R_D+R_F)-B_D(R_T-R_F)} \cdot \frac{\int\bar{\alpha}(\lambda)d\lambda}{\int\bar{\varepsilon}(\lambda)d\lambda}$$

$$= 0$$

Auf $\gamma = 1$ normiert erhalt man für die ABNEYsche Gleichung im System

$$L = 1 \cdot N + 0 \cdot M = N$$

d) Das Zapfenverhaltnis

Setzt man voraus, daß jede Zapfenart den gleichen Beitrag zur Leuchtdichte leistet (74, 45), so macht das Verhaltnis $\tau : \delta$ eine unmittelbare Aussage über das Verhaltnis der vorhandenen Blau- zu Grünzapfen. Dabei bedeutet die gemachte Voraussetzung automatisch, daß $\tau \neq 0$ ist. $\mathfrak{r}$ darf also nicht in der Alychne liegen.

"Gleicher Beitrag zur Leuchtdichte" bedeutet Flachengleichheit für die zugrundeliegenden Grundspektralwertkurven. Entsprechend erhalt man für $\tau : \delta$

$$\tau : \delta = 1 : \frac{B_A(R_D+R_F) + B_DR_F}{B_A(B_T-R_F) + B_TR_F} \cdot \frac{\int\bar{\alpha}(\lambda)d\lambda}{\int\bar{\varepsilon}(\lambda)d\lambda} \tag{34}$$

27.) Gleichungen zur Lage des tritanopischen Fehlpunktes auf der Alychne

Nimmt man als Grundvalenzen nicht $\mathfrak{z}$ und $\mathfrak{s}$ nach Walraven (75), sondern übernimmt nur $\mathfrak{s}$ und legt die "blaue" Primärvalenz $\mathfrak{z}$ in die protanopische Alychne, so entspricht die Farbart der Grundvalenz $\mathfrak{z}$ für den Protanopen der Farbart von $\mathfrak{m}$, da $\mathfrak{z}$ und $\mathfrak{m}$ auf derselben Verwechslungsgeraden liegen. Es gilt also in diesem Falle:

$$(B_T, -1, R_T) \equiv (B_A, -1, 0)$$

Damit ergibt sich nach § 23 - § 26, Gleichungen (24), (26), (30), (29) und (28)

(35)
$$\mathfrak{z} = 1 \cdot \mathfrak{r} - \frac{B_{NZ}}{B_A}\mathfrak{n}$$
$$\mathfrak{s} = \frac{B_D R_F}{B_{NZ}(R_D+R_F)} \cdot \mathfrak{r} + 1\,\mathfrak{n}$$

(36)
$$\begin{pmatrix} T \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{R_F B_D}{B_{NZ}(R_F+R_D)} \\ \frac{B_{NZ}}{B_A} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix}$$

(37)
$$\mathfrak{n} = (B_{NZ}(R_D+R_F)-R_F B_D) \cdot \frac{\int \bar{d}(\lambda)\,d\lambda}{\int \bar{t}(\lambda)\,d\lambda} \cdot \mathfrak{z}_f + R_F(B_{NZ}+B_A)\,\mathfrak{s}_f$$
$$\mathfrak{m} = (B_A(R_D+R_F)+R_F B_D) \cdot \frac{\int \bar{d}(\lambda)\,d\lambda}{\int \bar{t}(\lambda)\,d\lambda} \cdot \mathfrak{z}_f + 0 \qquad \mathfrak{s}_f$$

(38)
$$\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (-B_A(R_D+R_F)-R_F B_D)\frac{\int \bar{d}(\lambda)\,d\lambda}{\int \bar{t}(\lambda)\,d\lambda} \\ -R_F(B_{NZ}+B_A) & (B_{NZ}(R_D+R_F)-R_F B_D)\frac{\int \bar{d}(\lambda)\,d\lambda}{\int \bar{t}(\lambda)\,d\lambda} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_f \\ D_f \end{pmatrix}$$

Und für die Gegenfarbenkurven in Abhängigkeit von flachengleichen Grundspektralwertkurven $\bar{t}(\lambda)_f$, $\bar{d}(\lambda)_f$ gilt nach geeigneter Normierung von $\bar{n}(\lambda)$, $\bar{m}(\lambda)$

(39)
$$\begin{aligned} \bar{n}(\lambda) &= 0 \cdot \bar{t}(\lambda)_f + 1\,\bar{d}(\lambda)_f \\ \bar{m}(\lambda) &= 1 \cdot \bar{t}(\lambda)_f - \frac{B_{NZ}(R_D+R_F)-R_F B_D}{R_F(B_{NZ}+B_A)} \cdot \bar{d}(\lambda)_f \end{aligned}$$

Und da $\mathfrak{q}$, $\mathfrak{m}$ und $\mathfrak{r}$ für den Protanopen von gleicher Farbart sind, also

$$(-B_A, -1, -R_Q) \equiv (B_A, -1, 0) \equiv (B_T, -1, R_T)$$

gilt für die Leuchtdichtebeiwerte

$$\tau = 0$$

$$\delta = \frac{B_A(R_D+R_F)+B_DR_F)}{R_FB_A} \cdot \frac{\int \bar{\mathfrak{d}}(\lambda)d\lambda}{\int \bar{\mathfrak{F}}(\lambda)d\lambda} \approx 1$$

Daraus folgt, daß man über das Zapfenverhältnis keine Aussage machen kann.

VIII. Auswertungsergebnisse

28.) Reduktionsmatrizen und Spur der Ebene des dichromatischen Farbensehens

Setzt man die Daten für die Fehlfarbe und die Neutrale Zone aus § 14 in die allgemeine Reduktionsmatrix M aus § 20, Gleichung (15) ein, so ergibt sich

für A.P.:
$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{} & 0 & 0 \\ 1{,}55 & & \\ 0 & 1 & \frac{1}{} \\ & & 11{,}49 \end{pmatrix}$$

für J.L.:
$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{} & 0 & 0 \\ 0{,}89 & & \\ 0 & 1 & \frac{1}{} \\ & & 8{,}25 \end{pmatrix}$$

Die Spur der Ebene des dichromatischen Farbensehens hat für beide Versuchspersonen die Gleichung r = 0.

29.) Normierte protanopische Spektralwertkurven

Die dichromatischen Primarvalenzen $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{M}$ besitzen entsprechend § 20, Gleichung (16), die Farbgleichungen und die Farbwertanteile

für A.P.:
$$\mathfrak{K} = 1{,}55 \cdot \mathfrak{L} + 0 \cdot \mathfrak{G} + 0 \cdot \mathfrak{R} \qquad b_{\mathfrak{K}} = 1,\ g_{\mathfrak{K}} = 0,\ r_{\mathfrak{K}} = 0$$
$$\mathfrak{M} = 0 \cdot \mathfrak{L} + 1 \cdot \mathfrak{G} + 0 \cdot \mathfrak{R} \qquad b_{\mathfrak{M}} = 0,\ g_{\mathfrak{M}} = 1,\ r_{\mathfrak{M}} = 0$$

für J.L.: $\mathfrak{K} = 0{,}89 \cdot \mathfrak{L} + 0 \cdot \mathfrak{M} + 0 \cdot \mathfrak{R}$ $\quad b_{\mathfrak{K}} = 1$, $g_{\mathfrak{K}} = 0$, $r_{\mathfrak{K}} = 0$

$\mathfrak{W} = 0 \cdot \mathfrak{L} + 1 \cdot \mathfrak{M} + 0 \cdot \mathfrak{R}$ $\quad b_{\mathfrak{W}} = 0$, $g_{\mathfrak{W}} = 1$, $r_{\mathfrak{W}} = 0$

Die dichromatischen Spektralwertkurven $\bar{k}(\lambda)$ und $\bar{w}(\lambda)$ sind in den Abbildungen 9 und 10 dargestellt. Sie gehorchen den Gleichungen (14)

für A.P.: $\bar{k}(\lambda) = 0{,}64\ \bar{b}(\lambda)_p$

$\bar{w}(\lambda) = \bar{g}(\lambda)_p$

für J.L.: $\bar{k}(\lambda) = 1{,}06\ \bar{b}(\lambda)_p$

$\bar{w}(\lambda) = \bar{g}(\lambda)_p$

Sie sind auf $\bar{w}(540) = 1$ und $\bar{k}(\lambda_{NZ}) = \bar{w}(\lambda_{NZ})$ normiert (siehe § 20).

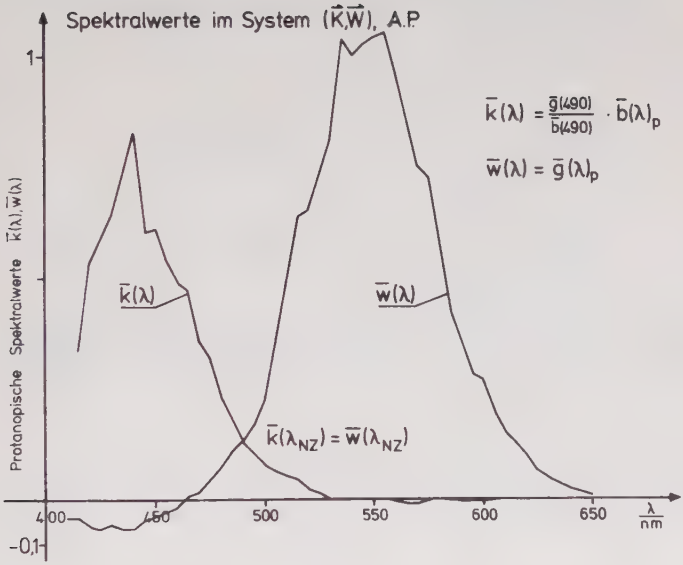


Abb. 9: Dichromatische Spektralwertkurven $\bar{k}(\lambda), \bar{w}(\lambda)$ des Protanopen A.P.

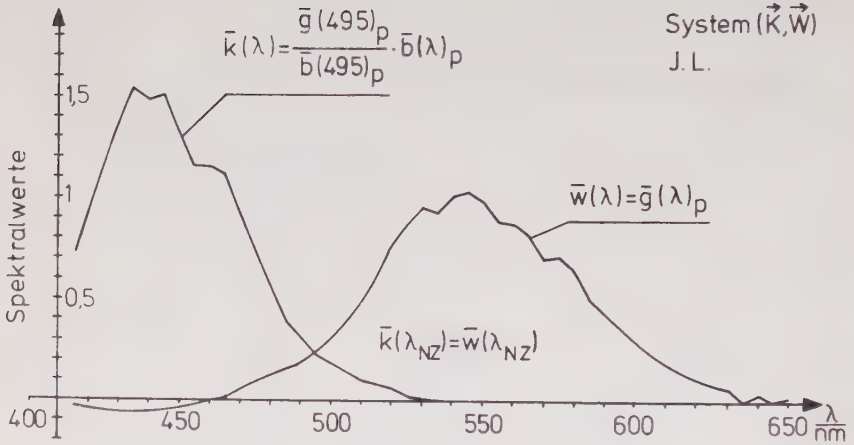


Abb. 10: Dichromatische Spektralwertkurven $\bar{k}(\lambda),\bar{w}(\lambda)$ des Protanopen J.L.

30.) Buntempfindlichkeit $\bar{m}(\lambda)$, Hellempfindlichkeit $\bar{n}(\lambda)$ und Buntsättigung $p(\lambda)$

Für die auf G = 1 bzw. G = -1 normierten Farbwerte der Gegenfarbenprimärvalenzen erhält man nach § 21, Gleichung (18) im WDW-System die folgenden Farbgleichungen und Farbwertanteile

für A.P.: $\mathfrak{N} = 1{,}55\,\mathfrak{G} + 1\,\mathfrak{Y} + 0\,\mathfrak{R}$ $b_{\mathfrak{N}} = 0{,}6078$, $g_{\mathfrak{N}} = 0{,}3922$, $r_{\mathfrak{N}} = 0$

$\mathfrak{M} = 14{,}08\,\mathfrak{G} - 1\,\mathfrak{Y} + 0\,\mathfrak{R}$ $b_{\mathfrak{M}} = 1{,}0763$, $g_{\mathfrak{M}} = 0{,}0763$, $r_{\mathfrak{M}} = 0$

für J.L.: $\mathfrak{N} = 0{,}89\,\mathfrak{G} + 1\,\mathfrak{Y} + 0\,\mathfrak{R}$ $b_{\mathfrak{N}} = 0{,}4709$, $g_{\mathfrak{N}} = 0{,}5291$, $r_{\mathfrak{N}} = 0$

$\mathfrak{M} = 12{,}82\,\mathfrak{G} - 1\,\mathfrak{Y} + 0\,\mathfrak{R}$ $b_{\mathfrak{M}} = 1{,}0846$, $g_{\mathfrak{M}} = 0{,}0846$, $r_{\mathfrak{M}} = 0$

Nach § 21, Gleichung (18) und mit $B_A = \frac{1}{\beta}$ erhalt man die Gegenfarbenkurven durch Übergang von $[\bar{\mathfrak{x}}; \mathfrak{w}]$ nach $[\mathfrak{N}; \mathfrak{M}]$. Die Darstellung von $\mathfrak{N}$ und $\mathfrak{M}$ bezüglich $\bar{\mathfrak{x}}$ und $\mathfrak{w}$ hat die Form:

für A.P.: $\mathfrak{N} = 1 \cdot \bar{\mathfrak{x}} + 1 \cdot \mathfrak{w}$

$\mathfrak{M} = 9{,}09 \cdot \bar{\mathfrak{x}} - 1 \cdot \mathfrak{w}$

für J.L.: $\mathfrak{N} = 1 \cdot \bar{\mathfrak{x}} + 1 \cdot \mathfrak{w}$

$\mathfrak{M} = 14{,}41\,\bar{\mathfrak{x}} - 1 \cdot \mathfrak{w}$

Zu ihrer Berechnung genügen allein die Werte für NZ, $\mathfrak{F}$ und $\mathfrak{Y}$.
Nach § 21, Gleichung (20) transformieren sich die Farbwerte $\begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix}$ mit Hilfe von S zu $\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix}.$$

Für A.P.: $\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 9{,}09 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix}$

Für J.L.: $\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 14{,}41 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix}$.

Danach erhält man die spektrale Hellempfindlichkeit $\bar{n}(\lambda)$ und die spektrale Buntempfindlichkeit $\bar{m}(\lambda)$ mit Hilfe der Gleichungen (21)

Für A.P.: $\bar{n}(\lambda) = 1\,\bar{k}(\lambda) + 9{,}09\,\bar{w}(\lambda)$
$\bar{m}(\lambda) = 1\,\bar{k}(\lambda) - 1\,\bar{w}(\lambda)$

Für J.L.: $\bar{n}(\lambda) = 1\,\bar{k}(\lambda) + 14{,}41\,\bar{w}(\lambda)$
$\bar{m}(\lambda) = 1\,\bar{k}(\lambda) - 1\,\bar{w}(\lambda)$

Diese Kurven können als Relativkurven auf jeden beliebigen Wert normiert werden. Ich haben die Hellempfindlichkeit auf $\bar{n}(540) = 1$ und die Buntempfindlichkeit auf $\bar{m}(540) = 1$ normiert, beides Wellenlängen, die in der Nahe des vermuteten Extremwertes liegen.

Für A.P.: $\bar{n}(\lambda) = 0{,}11\,\bar{k}(\lambda) + 1\,\bar{w}(\lambda)$
$\bar{m}(\lambda) = 1{,}05\,\bar{k}(\lambda) - 1{,}05\,\bar{w}(\lambda)$

Für J.L.: $\bar{n}(\lambda) = 0{,}07\,\bar{k}(\lambda) + 1\,\bar{w}(\lambda)$
$\bar{m}(\lambda) = 0{,}62\,\bar{k}(\lambda) - 0{,}62\,\bar{w}(\lambda)$

Die Abbildungen 11 und 12 zeigen die spektrale Hellempfindlichkeit $\bar{n}(\lambda)$ und die spektrale Buntempfindlichkeit der beiden Protanopen A.P. und J.L. in Abhangigkeit von den normierten protanopischen Spektralwertkurven $\bar{k}(\lambda)$ und $\bar{w}(\lambda)$.

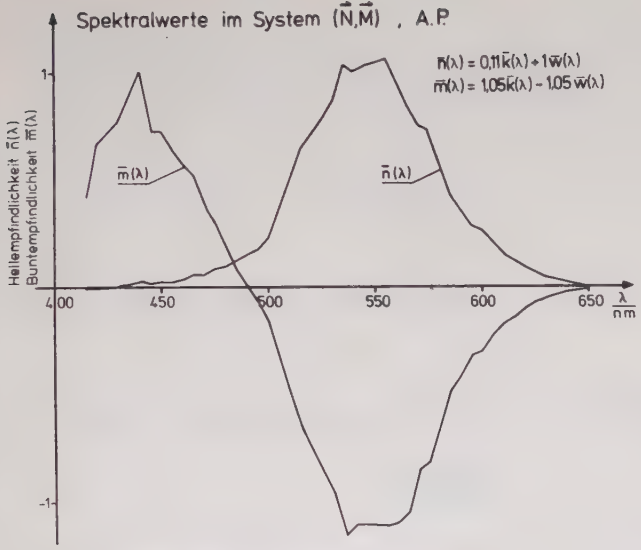


Abb. 11: Dichromatische Gegenfarbenkurven $\overline{n}$ (λ), $\overline{m}$ (λ) des Protanopen A.P.

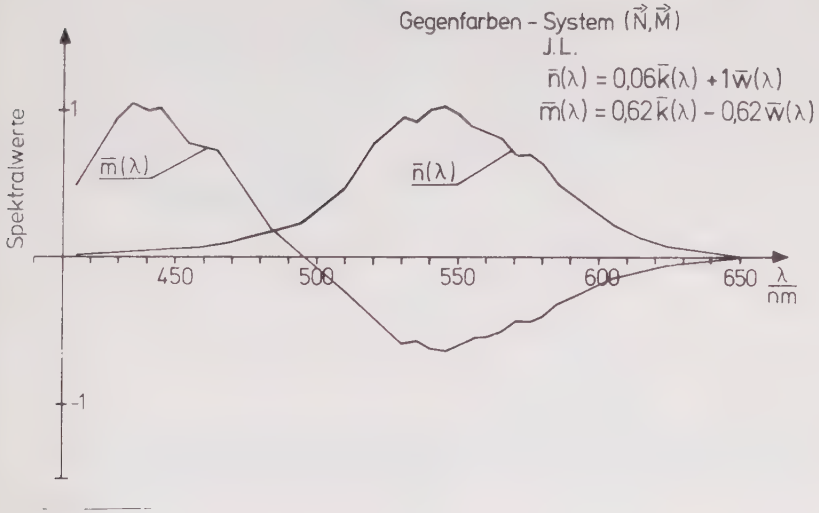


Abb. 12: Dichromatische Gegenfarbenkurven $\overline{n}$ (λ), $\overline{m}$ (λ) des Protanopen J.L.

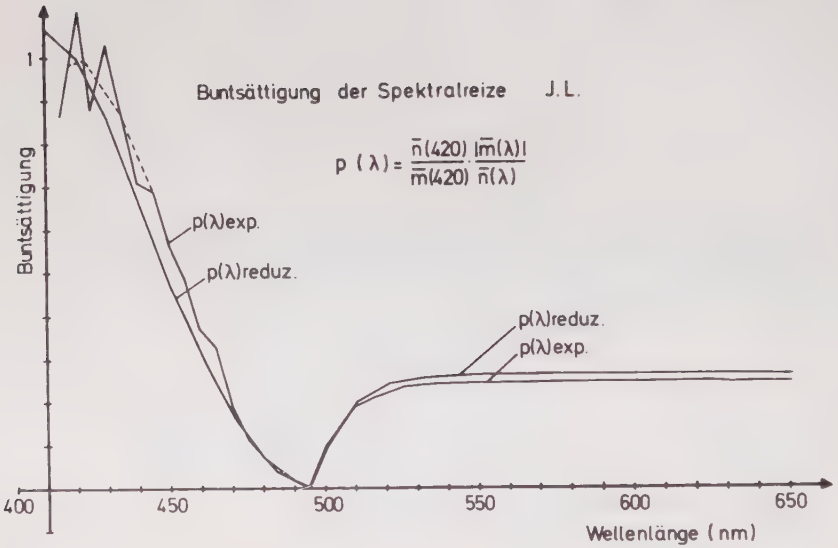


Abb. 13: Spektrale Verteilung der Sattigung p (λ) des Protanopen J.L., aus den Experimenten errechnete Kurve und vom reduzierten Normalbeobachter errechnete Kurve.

Abbildung 13 zeigt die spektrale Buntsättigung p (λ) der VP J.L.. Für die auf p (420) = 1 normierten Kurven ergeben sich nach § 22, (22) die Gleichungen:

für A.P. $p(\lambda) = 0{,}006 \left| \frac{\bar{m}(\lambda)}{\bar{n}(\lambda)} \right|$

für J.L. $p(\lambda) = 0{,}035 \left| \frac{\bar{m}(\lambda)}{\bar{n}(\lambda)} \right|$

31.) Grundspektralwertkurven $\bar{t}(\lambda)$, $\bar{d}(\lambda)$

Ich habe für die Grundvalenzen $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{J}$ - mit $\mathfrak{T}$ als tritanopischem und $\mathfrak{J}$ als deuteranopischem Fehlpunkt - die von Walraven (75) im CIE-System 1931 angegebenen Daten verwendet. $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{J}$ haben die Normfarbwerte

$\mathfrak{T}$: $X_T = 0{,}1747$, $U_T = 0{,}006$, $Z_T = 0{,}8193$

$\mathfrak{J}$: $X_D = 1{,}4$, $Y_D = -0{,}4$, $Z_D = 0$

Mit Hilfe der Transformationsmatrix (3) aus Abschnitt 10 folgt für die Farbwerte und Farbwertanteile im WDW-System entsprechend § 23, (23)

$\mathfrak{T} = 13{,}7\,\mathfrak{B} - 1 \cdot \mathfrak{G} + 0{,}62\,\mathfrak{R}$ $\quad b_T = 1{,}0285$, $g_T = -0{,}0751$, $r_T = 0{,}0465$

$\mathfrak{J} = -0{,}03\,\mathfrak{B} + 1 \cdot \mathfrak{G} - 0{,}97\,\mathfrak{R}$ $\quad b_D = 5{,}2995$, $g_D = 182{,}1132$, $r_D = 175{,}7575$

Gemäß den Transformationsgleichungen (24) in § 23 haben die Grundvalenzen im System $[\mathfrak{R}, \mathfrak{M}]$ die Darstellung:

Für A.P.: $\mathfrak{T} = -1\,\mathfrak{R} - 0{,}11\,\mathfrak{M}$
$\mathfrak{J} = -0{,}02\,\mathfrak{R} + 1\,\mathfrak{M}$

Für J.L.: $\mathfrak{T} = 1\,\mathfrak{R} - 0{,}06\,\mathfrak{M}$
$\mathfrak{J} = -0{,}04\,\mathfrak{R} + 1\,\mathfrak{M}$

Entsprechend Gleichung (25) haben die Grundvalenzen, projiziert in die Ebene des prot. Farbensehens, in der Farbtafel die geometrischen Örter

Für A.P. $b_{T'} = 1{,}0494$ $b_{D'} = -0{,}0332$
$g_{T'} = 0{,}0494$ $g_{D'} = 1{,}0332$
$r_{T'} = 0$ $r_{D'} = 0$

Für J.L. $b_{T'} = 1{,}0724$ $b_{D'} = -0{,}0345$
$g_{T'} = -0{,}0724$ $g_{D'} = 1{,}0345$
$r_{T'} = 0$ $r_{D'} = 0$ Siehe Abb.5 und 6

Die Gleichungen (26), mit deren Hilfe man die Grundspektralwertkurven aus den dichromatischen Spektralwertkurven $\bar{k}(\lambda)$ und $\bar{w}(\lambda)$ errechnen kann, lauten für die beiden Versuchspersonen wie folgt (siehe § 24):

Für A.P. $\begin{pmatrix} T \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}02 \\ 0{,}11 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix}$

Für J.L. $\begin{pmatrix} T \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}04 \\ 0{,}06 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix}$

Normiert man die Kurven so, daß sowohl $\bar{t}(440) = 1$ als auch $\bar{d}(540) = 1$ gilt, errechnet man die experimentellen Grundspektralwertkurven mit Hilfe der Gleichungen:

Für A.P. $\bar{t}(\lambda) = 1{,}21 \cdot \bar{k}(\lambda) + 0{,}03\ \bar{w}(\lambda)$
$\bar{d}(\lambda) = 0{,}11\ \bar{k}(\lambda) + 1\ \bar{w}(\lambda)$

Für J.L. $\bar{t}(\lambda) = 0{,}64 \cdot \bar{k}(\lambda) + 0{,}02\ \bar{w}(\lambda)$
$\bar{d}(\lambda) = 0{,}06\ \bar{k}(\lambda) + 1\ \bar{w}(\lambda)$

Die Abbildungen 14 und 15 zeigen die relativen protanopischen Grundspektralwertkurven. $\bar{t}(\lambda)$ reduz und $\bar{d}(\lambda)$ reduz lassen sich nach Normierung auf $\bar{t}(440)$ reduz = 1 und $\bar{d}(540)$ reduz = 1 aus den reduzierten protanopischen Spektralwertkurven $\bar{k}(\lambda)$ reduz und $\bar{w}(\lambda)$ reduz nach den Gleichungen von § 24 errechnen. ($\bar{k}(\lambda)$ reduz, $\bar{w}(\lambda)$ reduz errechnen sich aus den in Abb.7 und 8 dargestellten Kurven $\bar{b}(\lambda)_p$, $\bar{g}(\lambda)_p$ wie in § 20 beschrieben.)

Für A.P.
$$\bar{t}(\lambda)\ \text{reduz} = 1{,}11\ \bar{k}(\lambda)\ \text{reduz} + 0{,}02\ \bar{w}(\lambda)\ \text{reduz}$$
$$\bar{d}(\lambda)\ \text{reduz} = 0{,}11\ \bar{k}(\lambda)\ \text{reduz} + 1 \quad \bar{w}(\lambda)\ \text{reduz}$$

Für J.L.
$$\bar{t}(\lambda)\ \text{reduz} = 0{,}68\ \bar{k}(\lambda)\ \text{reduz} + 0{,}02\ \bar{w}(\lambda)\ \text{reduz}$$
$$\bar{d}(\lambda)\ \text{reduz} = 0{,}06\ \bar{k}(\lambda)\ \text{reduz} + 1 \quad \bar{w}(\lambda)\ \text{reduz}$$

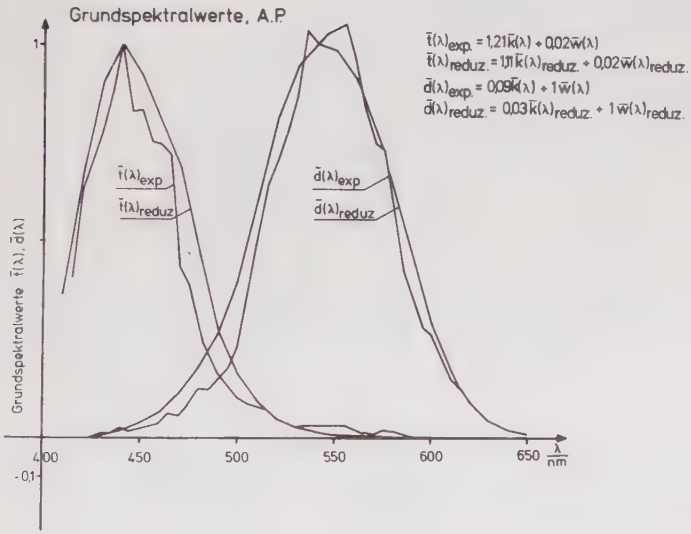


Abb.14: Relative Grundspektralwertkurven $\bar{t}(\lambda)$, $\bar{d}(\lambda)$ des Protanopen A.P. verglichen mit den reduzierten Grundspektralwertkurven $\bar{t}(\lambda)$ reduz, $\bar{d}(\lambda)$ reduz des CIE Normalbeobachters 1931.

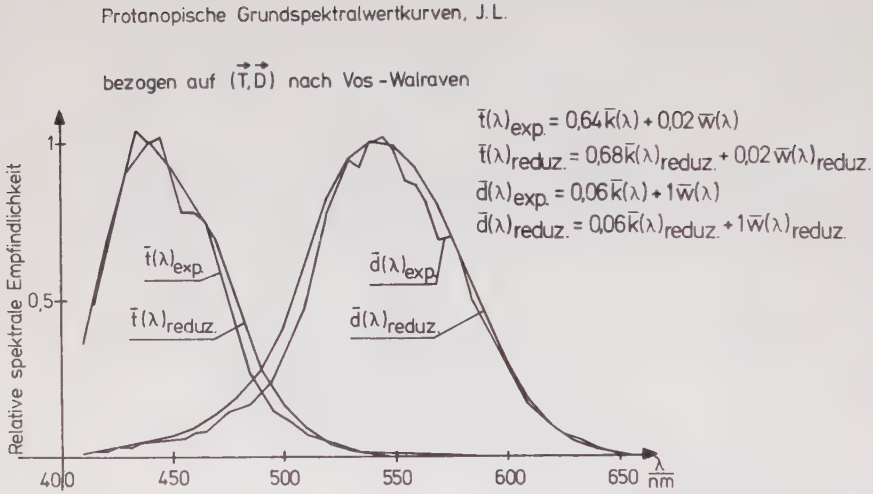


Abb. 15: Relative Grundspektralwertkurven $\bar{t}\ (\lambda)$, $\bar{d}\ (\lambda)$ des Protanopen J.L. verglichen mit den reduzierten Grundspektralwertkurven $\bar{t}\ (\lambda)$ reduz, $\bar{d}\ (\lambda)$ reduz des CIE Normalbeobachters 1931

32.) Leuchtdichtebeiwerte, Zapfenverhältnis

Nach den Gleichungen (31) und (32) aus §26 ergeben sich für die beiden Versuchspersonen die folgenden Leuchtdichtebeiwerte

Für A.P. $\beta = 0{,}071$ $\varkappa = 0{,}11$
$\gamma = 1$ $\omega = 1$
$\varrho = 0{,}087$

Für J.L. $\beta = 0{,}078$ $\varkappa = 0{,}069$
$\gamma = 1$ $\omega = 1$
$\varrho = 0{,}1212$

Für den Quotienten $\frac{\int \bar{a}(\lambda)\,d\lambda}{\int \bar{t}(\lambda)\,d\lambda}$ von $\lambda = 415$ nm bis $\lambda = 650$ nm errechnete ich mit Hilfe der Newton-Cotes Methode nach dem Handbuch zum HP 9065:

Für A.P.
$$\frac{\int_{415}^{650} \bar{a}(\lambda)\,d\lambda}{\int_{415}^{650} \bar{t}(\lambda)\,d\lambda} = 19{,}10$$

Für J.L.
$$\frac{\int_{415}^{650} \bar{a}(\lambda)\,d\lambda}{\int_{415}^{650} \bar{t}(\lambda)\,d\lambda} = 16{,}05$$

Damit errechnet man die Leuchtdichtebeiwerte der Grundvalenzen entsprechend (33) nach Normierung auf $\delta = 1$ zu:

Für A.P. $\tau = 0{,}002$
$\delta = 1$

für J.L. $\tau = 0{,}010$
$\delta = 1$

Damit hat das Zapfenverhältnis nach (34) die Größe:

Für A.P. $\tau : \delta$ = Anzahl Blauzapfen: Anzahl Grünzapfen = 1 : 647
Für J.L. $\tau : \delta$ = Anzahl Blauzapfen: Anzahl Grünzapfen = 1 : 98

33.) Übergang von $\bar{t}\ (\lambda)$, $\bar{d}\ (\lambda)$ nach $\bar{n}\ (\lambda)$, $\bar{m}\ (\lambda)$

Nimmt man Flachengleichheit unter den beiden Kurven $\bar{t}\ (\lambda)$, $\bar{d}\ (\lambda)$ an, so ergeben sich für den Übergang von $[\mathfrak{T}_f\ ;\mathfrak{J}_f]$ nach $[\mathfrak{N}\ ;\mathfrak{M}]$ nach Normierung

a) für Chrominanzvektor $\mathfrak{M}$ und Luminanzvektor $\mathfrak{N}$ (Gleichung (30))

für A.P. $\mathfrak{N} = 1{,}75\,\mathfrak{T}_f + 1\,\mathfrak{J}_f$
$\mathfrak{M} = 1\quad\ \mathfrak{T}_f - 0{,}002\,\mathfrak{J}_f$

für J.L. $\mathfrak{N} = 0{,}83\,\mathfrak{T}_f + 1\,\mathfrak{J}_f$
$\mathfrak{M} = 1\quad\ \mathfrak{T}_f - 0{,}01\,\mathfrak{J}_f$

b) für die Farbwerte N, M (Gleichung (29))

für A.P. $\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}002 & 1 \\ 1 & -1{,}75 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_f \\ D_f \end{pmatrix}$

für J.L. $\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}01 & 1 \\ 1 & -0{,}83 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_f \\ D_f \end{pmatrix}$

c) für die Gegenfarbenkurven $\bar{n}\ (\lambda)$, $\bar{m}\ (\lambda)$, (Gleichung (28))

für A.P. $\bar{n}\ (\lambda) = 0{,}002\ \bar{t}\ (\lambda) + 1\ \bar{d}\ (\lambda)$
$\bar{m}\ (\lambda) = 1\quad\ \bar{t}\ (\lambda) - 1{,}75\ \bar{d}\ (\lambda)$

für J.L. $\bar{n}\ (\lambda) = 0{,}01\ \bar{t}\ (\lambda) + 1\ \bar{d}\ (\lambda)$
$\bar{m}\ (\lambda) = 1\quad\ \bar{t}\ (\lambda) - 0{,}83\ \bar{d}\ (\lambda)$

34.) Lage des tritanopischen Fehlpunktes auf der Alychne

Analog § 31 ergeben sich für die Lage des tritanopischen Fehlpunktes auf der Alychnenspur entsprechend § 27, (35) - (39) nach geeigneter Normierung die folgenden Gleichungen:

für A.P. $\mathfrak{z} = 1 \quad \mathfrak{x} - 0{,}11\,\mathfrak{w}$
$\mathfrak{y} = -0{,}02\,\mathfrak{x} + 1 \quad \mathfrak{w}$

$$(+)\quad \begin{pmatrix} T \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}02 \\ +0{,}11 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix}$$

$\mathfrak{N} = 1{,}77\,\mathfrak{z}_f + 1\,\mathfrak{y}_f$
$\mathfrak{M} = 1\,\mathfrak{z}_f + 0\,\mathfrak{y}_f$

$$\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1{,}77 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_f \\ D_f \end{pmatrix}$$

$\bar{n}(\lambda) = 0\,\bar{t}(\lambda)_f + 1\,\bar{d}(\lambda)_f$
$\bar{m}(\lambda) = 1\,\bar{t}(\lambda)_f - 1{,}77\,\bar{d}(\lambda)_f$

Für J.L. $\mathfrak{z} = 1 \quad \mathfrak{x} - 0{,}07\mathfrak{w}$
$\mathfrak{y} = -0{,}04\mathfrak{x} + 1 \quad \mathfrak{w}$

$$(+)\quad \begin{pmatrix} T \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}04 \\ 0{,}07 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K \\ W \end{pmatrix}$$

$\mathfrak{N} = 0{,}95\,\mathfrak{z}_f + 1\,\mathfrak{y}_f$
$\mathfrak{M} = 1\,\mathfrak{z}_f + 0\,\mathfrak{y}_f$

$$\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -0{,}95 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_f \\ D_f \end{pmatrix}$$

$$\bar{n}\,(\lambda) = 0\;\bar{t}\,(\lambda)_f + 1\;\bar{d}\,(\lambda)_f$$
$$\bar{m}\,(\lambda) = 1\;\bar{t}\,(\lambda)_f - 0{,}95\;\bar{d}\,(\lambda)_f$$

Die Abbildungen 16 und 17 zeigen die Grundspektralwertkurven der beiden Versuchspersonen entsprechend den Gleichungen (+) der § 27, 33, wenn man die Grundvalenz $\mathcal{J}$ nach Walraven und eine Grundvalenz $\mathfrak{Z}$ auf der Alychne des Protanopen zugrundelegt. Dabei geht bei der Projektion in den dichromatischen Farbenraum $\mathfrak{Z}$ in $\mathfrak{M}$ über.

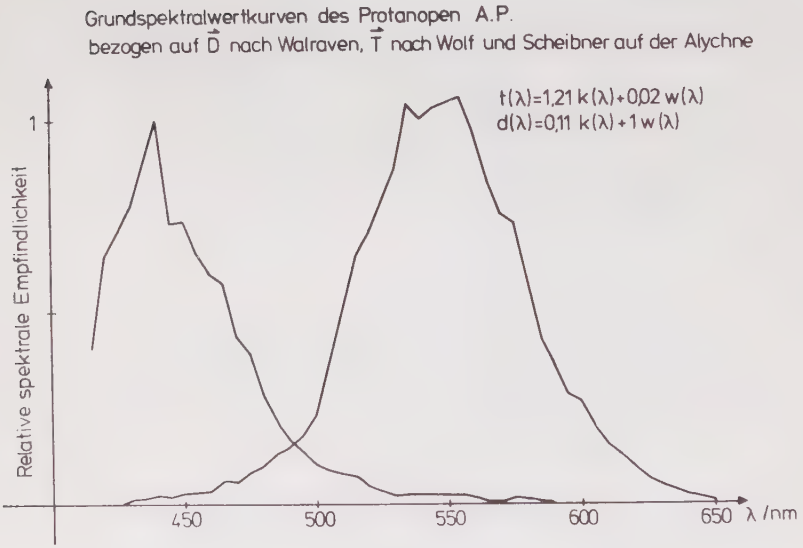


Abb. 16: Grundspektralwertkurven $\bar{t}\,(\lambda)$, $\bar{d}\,(\lambda)$ des Protanopen A.P. bezogen auf die Primarvalenzen $\mathfrak{Z}$, $\mathcal{J}$ nach Scheibner und Wolf (76)

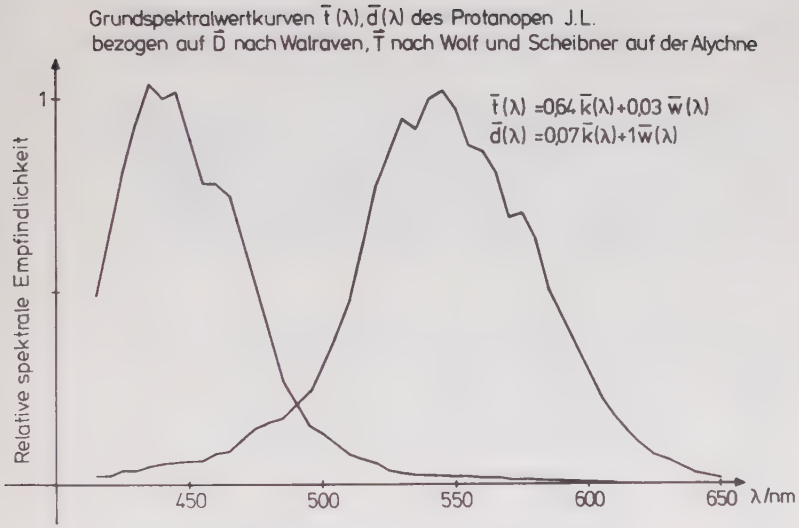


Abb. 17: Grundspektralwertkurven $\bar{t}(\lambda)$, $\bar{d}(\lambda)$ des Protanopen J.L.
bezogen auf die Primarvalenzen $\mathcal{T}$, $\mathcal{D}$ nach Scheibner und Wolf (74)

IX. Diskussion

35.) Vergleich der Versuchsergebnisse

Im folgenden seien die experimentellen Daten, die ich an den beiden Protanopen A.P. und J.L. ermittelt habe, mit denjenigen von Paulus (43,46,62) verglichen, die in unserem Institut unter ähnlichen Bedingungen ermittelt worden sind.

Mit Hilfe der Transformationsmatrix (2) in § 10 lassen sich die Farbwertanteile der mittleren Fehlfarben in $[x;y;z]$ errechnen. Die Daten der Versuchspersonen von Paulus (43) variieren zwischen 0,75502 und 0,77381 für x und 0,22623 und 0,24310 für y. Damit liegt die mittlere Fehlfarbe von J.L. $x_F = 0{,}7660$, $y_F = 0{,}2365$ innerhalb, die von A.P. mit $x_F = 0{,}7541$, $y_F = 0{,}2477$ knapp außerhalb des vorgegebenen Intervalls. Diese Differenz kann jedoch mit interindividuellen Unterschieden erklärt werden. Wie Tabelle 1 zeigt, geben andere Autoren wesentlich größere Abweichungen an.

		x_p	y_p	x_d	y_d	x_r	y_r
1	König-Judd	0,814	0,186	−0,636	1,636	0,068	−0,026
2	König-Ives	0,814	0,186	−0,636	1,636	0,155	0,002
3	Wright	0,737	0,264	2,88	−1,73	0,133	0,022
4	Walters	0,753	0,249	16,80	−14,69		
		0,744	0,257	11,14	−9,42		
5	Thomson-Wright	0,746	0,253	−5,94	6,91	0,175	0,004
6	Sperling	0,746	0,252	−5,64	7,69	0,170	−0,002
7	Pitt-Judd	0,747	0,253	1,08	−0,08		
8	Judd	0,747	0,253	1	0	0,180	0
9	LeGrand	0,747	0,253	1,08	−0,08	0,180	0
10	Steffen	0,735	0,265	1,21	−0,21	0,173	0,005
11	MacAdam	0,747	0,253	1,75	−0,75	0,180	0
12	MacAdam	0,747	0,253	0,685	−5,85	0,180	0
13	Pitt	0,744	0,257	1,286	−0,247		
14	Pitt	0,744	0,257	10,88	−9,64	0,159	0,004
15	Bouma	0,739	0,261	1,121	−0,121	0,006	0,025
16	Justova	0,747	0,250	1,74	−0,73		
17	Justova	0,748	0,252	1,65	−0,65	0,174	0,002
18	Nyberg-Justova	0,75	0,25	1,70	−0,70	0,17	0
19	Lobanova-Rautian	0,738	0,260	1,357	−0,381	0,168	0
20	Burnham-Brewer	0,742	0,277	0,753	0,020	0,201	−0,004
21	Fedorov u.a.	0,825	0,175	−1,223	2,223	0,157	0,001
22	Szekeres	0,736	0,264	1,458	−0,456	0,174	0,003
23	Kustarev	0,735	0,265	1,43	−0,430	0,173	0,005
24	Boynton	0,751	0,250	1,07	−0,055	0,168	0,004
25	Stiles	0,788	0,213	2,112	−1,108	0,175	−0,017
26	de Vries	0,733	0,267	−∞	∞	0,248	0,0002

Tab. 1: Fehlpunkte in der Literatur aus Terstiege (72)

Bei den Alychnen ist die Übereinstimmung mit den Werten von Paulus ganz deutlich. A.P. und J.L. haben nahezu identische Leuchtdichtebeiwerte β bzw. ζ, nur für ϱ bzw. ξ ergeben sich Differenzen. Dabei sind ξ, η, ζ die Leuchtdichtebeiwerte bezüglich der Normvalenzen x, y, z, wobei η auf 1 normiert ist. Diese Unterschiede in nur einer Größe sprechen dafür, daß es sich hier nicht um zufallige sondern systematische Abweichungen handelt. Das Ergebnis laßt sich aber nicht im Sinne von Boynton und Scheibner (7) als einen Rest des "roten" Sehpigmentes deuten. Denn in die Bestimmung der Leuchtdichtebeiwerte geht mit der Alychne die Definition der Fehlfarbe $\mathcal{F}$, die mit dem "roten" Sehpigment $\mathcal{P}$ identisch ist, ein. Durch die Lage von $\mathcal{F}$ auf der Alychne gilt automatisch $\pi = 0$, d. h. $\mathcal{P}$ ist leuchtdichtefrei und Reste des "roten" Sehpigmentes würden sich nicht in Differenzen bei den Leuchtdichtebeiwerten äußern.

Die Neutrale Zone ist von mir nach anderen Kriterien (siehe § 13) bestimmt worden als von Paulus, deshalb sind diese Ergebnisse nicht vergleichbar. Ich habe die von Massof und Bailey (41) angegebene Methode angewendet. Entsprechend sind meine Versuchsergebnisse mit denjenigen von Massof und Bailey in guter Übereinstimmung.

Gleichfalls stimmen die experimentellen Spektralwertkurven und die nach Judd modifizierten und reduzierten vor allem im Bereich der Wellenlangen großer als 500 nm sehr gut überein. Die Abbildungen 7 und 8 (§16) zeigen das. Die Differenzen zwischen den Kurven im kurzwelligen Bereich kommen vor allem durch die sehr geringe Leuchtdichte zustande.

36.) Deutung entsprechend der Gegenfarbentheorie

a) Vergleich mit Romeskie (49,50)

Die von mir aus den Spektralwertkurven errechneten Gegenfarbenkurven $\bar{n}(\lambda)$ und $\bar{m}(\lambda)$ sind von M. Romeskie und D. Yager direkt nach dem Kriterium der Bunttonauslöschung gemessen worden. Die Abbildungen 18 und 19 zeigen die spektrale blau-gelbe Buntempfindlichkeit der Protanopen A.P. und J.L. (ausgefüllte Kreise) im Vergleich mit der Kurve "b-y" des Protanopen S.K. nach Romeskie (offene Kreise).

Die Kurven sind auf 1 bei λ = 440 nm normiert und die von Romeskie angegebenen Werte im langwelligen Abschnitt der Kurve mit einem negativen Vorzeichen versehen. Die durchgezogenen Linien sind Polynomapproximationen zweiter Ordnung, die dazu dienen, die Extrema der Kurven zu ermitteln.

Zieht man die relativ große Streuung der Versuchsergebnisse von Romeskie in Betracht, so zeigen die Kurven befriedigende Übereinstimmung. Lediglich das Minimum der Kurven variiert stark, sowohl bei Romeskies drei Versuchspersonen als auch bei den beiden von mir gemessenen. Da ich meine Kurven nach streng affinen Kriterien ermittelt habe und also von den Extrema zweier unterschiedlicher Kurven nicht auf die Buntheit der zugehörigen Farben rückschließen kann und da zweitens die Kurven von Romeskie nach einer hiervon verschiedenen Methode - nämlich dem Kriterium der Bunttonauslöschung - ermittelt ist, kann man von den Extrema der Kurven nicht auf irgendwelche physiologische Eigenschaften schließen. Ein Grund für die großen Differenzen dürfte in der unterschiedlichen Maculapigmentierung der drei Versuchspersonen liegen, die sich - da auf 1 für λ = 440 nm normiert wurde - im langwelligen Bereich auswirkt.

Protanopische spektrale Buntempfindlichkeiten verglichen mit den Kurven der Bunttonauslöschung des Protanopen S.K. nach Romeskie:

● ● ● ● spektrale blau-gelbe Buntempfindlichkeit
○ ○ ○ ○ Bunttonauslöschung des Protanopen S.K.
λ Wellenlänge des Kurvenmaximums
λ' Wellenlänge des Kurvenminimums

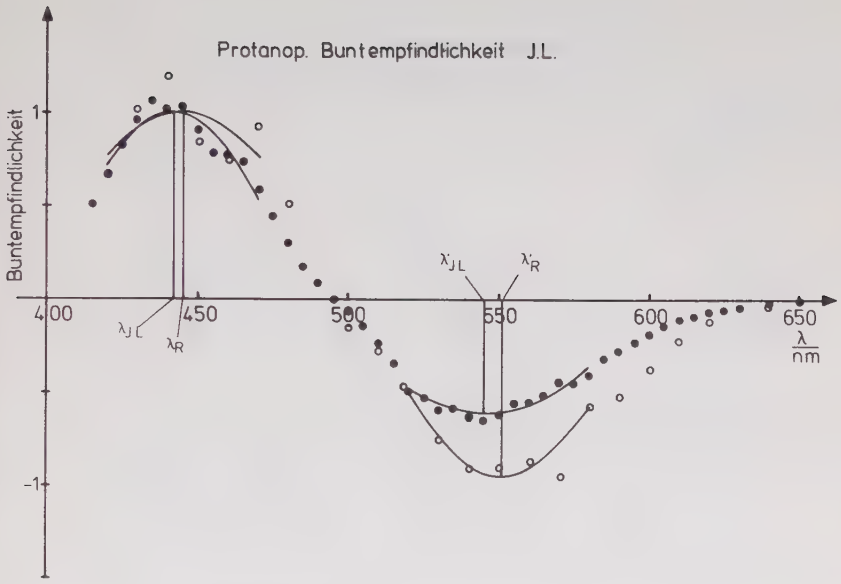


Abb. 18: Versuchsperson J.L., $\lambda_{J.L.}$ = 442 nm
$\lambda'_{J.L.}$ = 545 nm Extrema für J.L.
λ_{R} = 445 nm
λ'_{R} = 551 nm Extrema für S.K. nach Romeskie

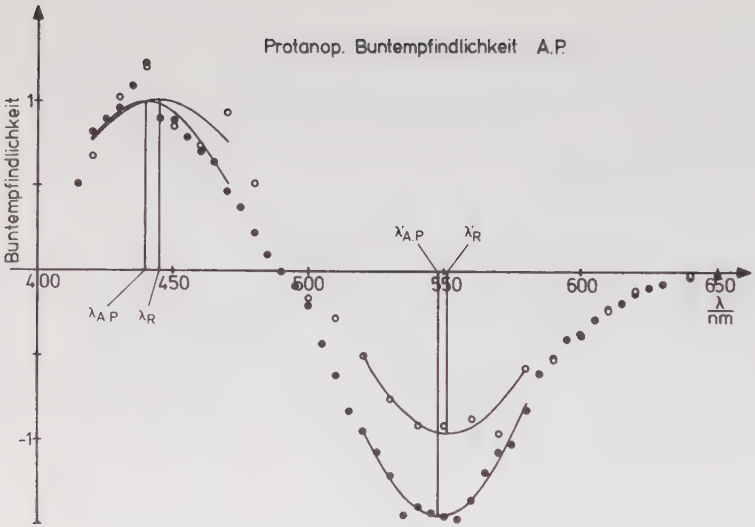


Abb. 19: Versuchsperson A.P., λ A.P. = 440 nm
λ' A.P. = 548 nm Extrema für A.P.-
λ_R = 445 nm
λ'_R = 551 nm Extrema für S.K. nach Romeskie

Die trichromatischen und dichromatischen Buntempfindlichkeiten $\overline{m}$ (λ), die in den Abbildungen 20 und 21 gemeinsam aufgetragen sind, weisen im kurzwelligen Bereich große Ähnlichkeit auf. Die Lageabweichung der Maxima sind nicht systematisch und sind wahrscheinlich entweder auf interindividuelle Unterschiede oder auf Meßungenauigkeiten zurückzuführen. Damit hat sich die Vorhersage von Hurvich und Jameson (25) nicht bestatigt, wonach der kurzwellige Ast der Buntempfindlichkeit zu kürzeren Wellenlangen bei Protanopen gegenüber Trichromaten verschoben sei. Wie schon die Übereinstimmung der beiden Kurven $\overline{b}$ (λ)$_p$ mit $\overline{b}$ (λ) reduz. andeutet, liegt die photochemische Ursache des Unterschieds zwischen Trichromaten und Protanopen nicht neben anderem an einer Alteration des Cyanolabs. Dieses Photopigment scheint für beide identisch.

Im langwelligen Teil der Buntempfindlichkeit $\overline{m}$ (λ) sind die dichromatischen Kurven systematisch zu kürzeren Wellenlangen verschoben, was sich in der Lage des Minimums außert. Dabei ist $\overline{m}$ (λ) von J.L. starker gegenüber der trichromatischen Kurve geandert als diejenige von A.P. - entsprechend der Lage des protanopischen Fehlpunktes: Gemaß MacAdam (39) ist die Spektralwertfunktion bezüglich einer Primarvalenz bei drei gegebenen Primarvalenzen abhangig von der Ebene in der die beiden anderen Primarvalenzen liegen. Kroger-Paulus und Scheibner (36) beschreiben eine entsprechende Abhangigkeit von λ_{max} einer Spektralwertfunktion und der Lage des deuteranopischen Fehlpunktes. Demnach laßt sich auch mein Ergebnis so deuten, daß die starkere Verschiebung von λ_{min} von A.P. zu kürzeren Wellenlangen dadurch zustandekommt, daß der Fehlpunkt von A.P. starker zur Primarvalenz $\mathcal{R}$ verschoben ist. Damit bestatigen sich die Vorhersage von Hurvich und Jameson (25) und die Befunde von Romeskie (49). Zugrunde liegt die Tatsache, daß im langwelligen Bereich das Chrolorolab für die Buntempfindlichkeit des Protanopen dominierend ist.

Betrachtet man zum Schluß die Gleichungen (21) in § 22 und § 30, mit denen $\overline{m}$ (λ) in Abhangigkeit von $\overline{k}$ (λ), $\overline{w}$ (λ) dargestellt ist, so zeigt sich, daß $\overline{k}$ (λ) und $\overline{w}$ (λ) mit entgegengesetzt gleichen Koeffizienten am Zustandekommen der Buntempfindlichkeit $\overline{m}$ (λ) beteiligt sind.

Dies ist die Voraussetzung dafür, daß $\overline{m}$ (λ_{NZ}) = 0 gilt.

Abb. 20 und 21: Vergleich der protanopischen spektralen Buntempfindlichkeit mit der Bunttonauslöschung der Trichromaten MO und DY.
Es bedeuten:

- spektrale blau-gelbe Buntempfindlichkeit
- Bunttonauslöschung des Trichromaten MO
- Bunttonauslöschung des Trichromaten DY
- λ Wellenlänge des Kurvenmaximums
- λ' Wellenlänge des Kurvenminimums

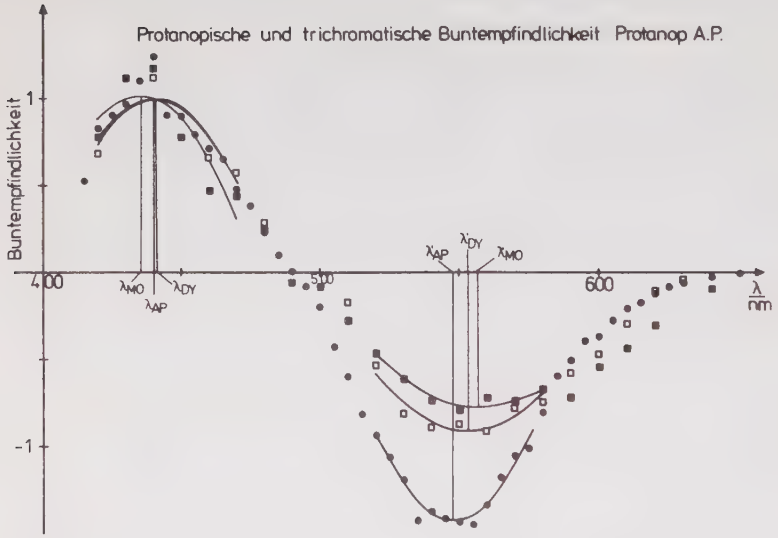


Abb. 20: Protanop A.P. λ A.P. = 440 nm
λ' A.P. = 548 nm Extrema für A.P.
λ DY = 441 nm
λ' DY = 557 nm Extrema für DY
λ MO = 435 nm
λ' MO = 555 nm Extrema für MO

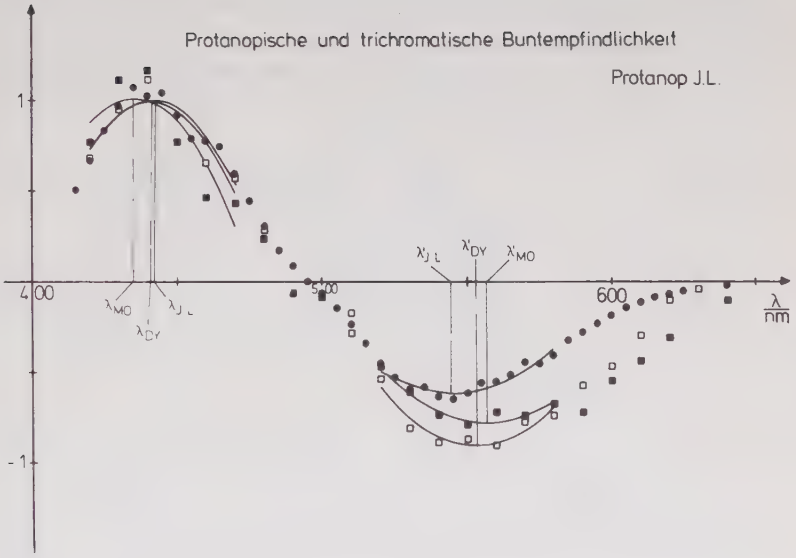


Abb. 21: Protanop J.L. λ J.L. = 442 nm
λ' J.L. = 545 nm Extrema für J.L.
λ DY = 441 nm
λ' DY = 557 nm Extrema für DY
λ MO = 435 nm
λ' MO = 555 nm Extrema für MO

b) Vergleich der spektralen Hellempfindlichkeiten

Die beiden Zeichnungen 22 und 23 zeigen deutlich, daß hinsichtlich der Leuchtdichte fast völlige Übereinstimmung zwischen den von mir bestimmten Kurven $\bar{n}$ (λ) und der von Pitt (47) an einem Protanopen nach dem Kriterium des heterochromen Helligkeitsabgleich gemessenen besteht. Zusatzlich ist noch eine Kurve eingezeichnet, die Wyszecki und Stiles durch Reduktion aus den Grundspektralwertkurven errechnet haben (78). Für diese ist die Übereinstimmung sogar noch besser.

Sowohl für die reduzierte Kurve als auch für meine, nach einem gemischten Kriterium aus heterochromen Helligkeitsabgleich und Farbabgleich bestimmte Kurve gilt die Additivitat als Voraussetzung. Von der minimalen Abweichung dieser beiden Kurven von der mit Hilfe des heterochromen Helligkeitsabgleichs bestimmten Kurve auf eine Nichtadditivitat zu schliessen, wie sie Guth et alii beschreiben (20), ist verfrüht. Dazu bedarf es weiterer intensiver Untersuchungen.

Wie aus den Gleichungen in § 33, den Leuchtdichtebeiwerten τ und δ und der Form der Leuchtdichtekurve hervorgeht, tragt vor allem die Summe der mit Chlorolab gefüllten Zapfen zur Hellempfindlichkeit bei. Das entspricht auch der Lage des tritanopischen Fehlpunktes nahe der protanopischen Alychne. Es wird sogar diskutiert, daß der Beitrag des Cyanolab zur Leuchtdichte Null ist und τ somit im Schnittpunkt aller Alychnen liegt (13,14,76).

Abb.22 und 23: Vergleich der relativen spektralen Hellempfindlichkeit mit Daten nach Wyszecki und Stiles und Pitt.
Es bedeuten:

● ● ● ● spektrale Hellempfindlichkeit

○ ○ ○ ○ experimentelle bestimmte Leuchtdichte nach Pitt (47)

▼ ▼ ▼ ▼ aus den Grundspektralwertkurven errechnete Leuchtdichte nach Wyszecki und Stiles (78)

$\lambda_{exp.}, \lambda_{comp}, \lambda_{A.P.}, \lambda_{z.L.}$ Extrema

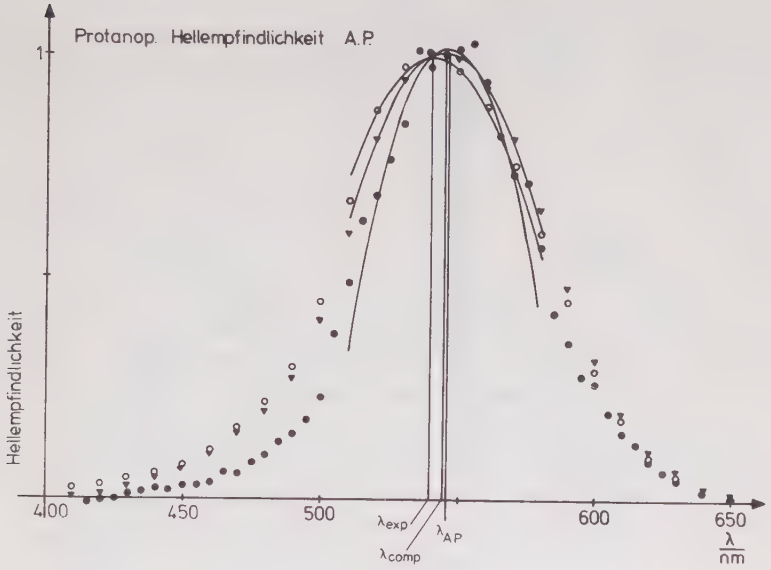


Abb. 22: Protanop A.P.

λ A.P. = 446 nm Extremum der spektralen Hellempfindlichkeit

λ exp. = 440 nm Extremum der Leuchtdichte nach Pitt

λ comp.= 445 nm Extremum der Leuchtdichte nach Wyszecki und Stiles

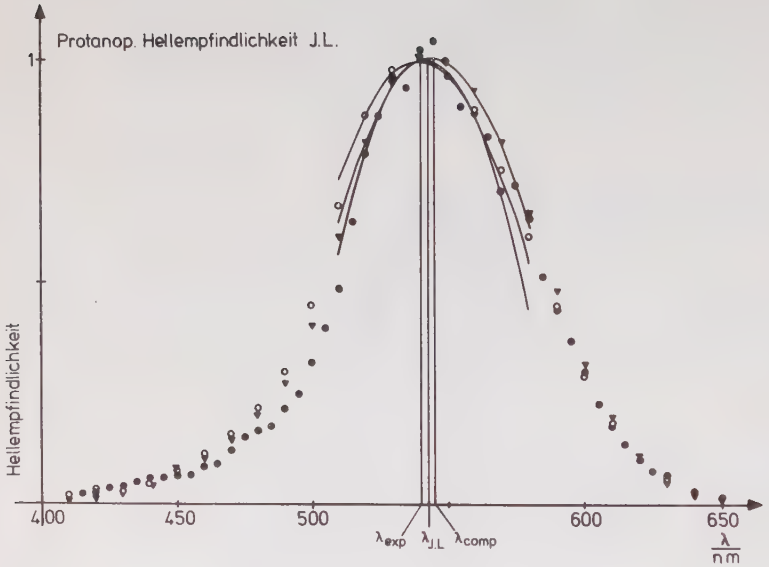


Abb. 23: Protanop J.L.

λ J.L. = 443 nm Extremum der spektralen Hellempfindlichkeit

λ exp. = 440 nm Extremum der Leuchtdichte nach Pitt

λ comp.= 445 nm Extremum der Leuchtdichte nach Wyszecki und Stiles

c) Eigenschaften des protanopischen blau-gelben Übertragungskanals

Larimer et alii (37,38) beschreiben die Eigenschaften des trichromatischen blau-gelben und des grün-roten Kanals wie folgt: Der grün-rote Kanal ist linear. Nach Boynton (6), Ingling und Martinez (28), Thoma und Scheibner (71) und Tansley und Boynton (69) trägt der grün-rot Kanal den wesentlichen Teil zum spatialen Auflösungsvermögen bei. Der blau-gelbe Kanal weist eine geringe Nichtlinearitat auf und tragt kaum zum spatialen Auflösungsvermögen bei.

Es stellt sich nun die Frage, wie sich der protanopische blau-gelb Kanal verhalt. Für den Protanopen J.L. wurden Refraktion und Visus gemessen, wobei für die Visusmessung beide Augen optimal korrigiert waren. x)

Für J.L. ergab sich eine geringgradige Myopie und ein Astigmatismus, die durch Glaser der Starke:
-1,0 dptr.spharisch, -0,75 dptr.cylindrisch 90° gegen die Vertikale für das rechte Auge,
-1,0 dptr.spharisch, -0,5 dptr. cylindrisch 95 ° gegen die Vertikale für das linke Auge korrigiert werden konnten.

Mit dieser Korrektur war der Visus für beide Augen gleich dem Maximalwert von 1,2. Das bedeutet, der korrigierte Visus ist gut und es bestehen hinsichtlich des Visus keine Unterschiede zum augengesunden Trichromaten. Andererseits beschreiben Tansley und Glushko (70), daß für Protanope die Trennlinie zwischen zwei Farben verschiedenen Farbtons, aber gleicher Helligkeit völlig verschwimmt und deshalb der Protanope sich in Bezug auf die minimale Trennliniendistinktibilitat standig so verhalt wie der Trichromat gegenüber Farben, die auf tritanopischen Verwechslungsgeraden liegen.

x) Für die Bestimmung von Refraktion und Visus habe ich Herrn Prof. Dr. Hammerstein, Universitatsaugenklinik, Moorenstr. 5, 4000 Düsseldorf, zu danken.

Das bedeutet, je geringer der Unterschied in der Helligkeit wird, desto schlechter ist das spatiale Auflösungsvermögen. Das legt den Schluß nahe, daß der gute Visus nur aufgrund von Helligkeitsunterschieden zustande kommt und der blau-gelb Kanal des Dichromaten die gleichen Eigenschaften hat wie der des Trichromaten.

Wie schon bei der spektralen Hellempfindlichkeit liegt der Nachweis einer Nichtadditivitat auch hier nicht auf der Hand. Die nach dem Kriterium der Bunttonauslöschung gewonnenen Kurven scheinen verhaltnismaßig ungenau, so daß man signifikante Unterschiede zu den reduzierten, auf dem Liniearitatsprinzip aufgebauten Kurven nicht sofort feststellen kann. Es erscheint aber wahrscheinlich, daß sich diese durch genaue Untersuchungen verifizieren lassen.

37.) Deutung entsprechend der HELMHOLTZschen Dreikomponententheorie

Ich habe mit Hilfe der für die Versuchspersonen gemessenen Fehlfarbe und den Grundvalenzen $\bar{r}$ und $\bar{g}$ nach Vos und Walraven aus den dichromatischen Spektralwerten $\bar{k}$ (λ), $\bar{w}$ (λ) nach den Gleichungen in § 31 die Grundspektralwerte $\bar{t}$ (λ), $\bar{d}$ (λ) bestimmt. Die Abb.14 und 15 zeigen die - sich damit ergebenden - Grundspektralwertkurven $\bar{t}$ (λ) und $\bar{d}$ (λ) in Abhängigkeit von $\bar{k}$ (λ) und $\bar{w}$ (λ). Die Absorptionskurve des Erythrolabs- entsprechend der Kurve $\bar{p}$ (λ) - entfallt für Protanope, da diese, nach Voraussetzung, eine Reduktionsform der Trichromasie darstellen und somit - wie allgemein angenommen wird - durch das Fehlen des "roten" Sehpigmentes charakterisiert sind.

Die spektrale Absorption der innerokularen Medien setzt sich zusammen aus der Linsen-, Glaskörper- und Maculaabsorption. Eine erste Vorkorrektur in Bezug auf die Maculapigmentierung nimmt man mit der Normierung nach Wright vor. Die Absorption des Glaskörpers ist relativ klein und unabhängig von der Wellenlange. Wesentlich für die selektiven Verluste im Auge sind nur die Absorptionen des Maculapigmentes und der Linse. Diese haben ihr Maximum bei kurven Wellenlangen und fallen bis zu 500 nm nahezu auf 0 ab (51,78). Faßt man beide Kurven zu einer zusammen, so stellt diese in sehr guter Naherung die spektrale Absorption der innerokularen Medien dar.

Neben dem Maximum im kurzwelligen Bereich hat diese Kurve im Bereich 450 - 470 nm wegen der Besonderheiten der Maculaabsorption ein Nebenmaximum. Dieses scheint mir verantwortlich zu sein für die Schulter der Grundspektralwertkurve $\bar{t}$ (λ) in diesem Bereich, die sich auch in allen übrigen Kurven wiederfindet. Auch die Kurven der Bunttonausloschung von Romeskie zeigen diese Eigenschaft.
Genaueres können aber erst Untersuchungen zeigen, bei denen bei einer Versuchsperson die Absorptionskurven der okularen Medien und die Spektralwertkurven gemessen werden und man diese dann auf das retinale Niveau korrigiert.

Bowmaker et alii and MacNichol et alii (4,5,40) geben in Tabellen eine Übersicht über die Lage von Absorptionsmaxima, wie sie verschiedene Autoren bestimmt haben. Tabellen 2 und 3 zeigen diese Werte.

SINGLE PRIMATE CONES

Marks (most recent estimate)	447	540	577	Light path undefined	
Brown	440	525–535	560	Light path undefined	
Liebman	440	535	575	0·015	0·034
Dobelle (foveal) one receptor, λ_{max} not measured accurately				0·007	0·016

WHOLE PRIMATE FOVEAS (PARTIAL BLEACHING)

Brown and Wald (*in situ*)	—	527	565	Not available
Murray (sonicates)	—	526	573	Not available

Tab. 2: Zapfenabsorptionsmaxma aus MacNichol, Feinberg, Harosi (40)

Source		Blue			Green			Red		
		$\lambda_{max.}$	End on absorbance	n	$\lambda_{max.}$	End on absorbance	n	$\lambda_{max.}$	End on absorbance	n
Brown & Wald, 1963	M	—	—	—	535	0·015	Foveal area	565	0·03	Foveal area
	R	—	—	—	527	0·015	Foveal area	565	0·03	Foveal area
Marks *et al.* 1964	M	460	0·002	1	—	—	—	570	0·02	1
	R	440	0·02	1	540	0·02	4	577	0·02	3
Brown & Wald, 1964	M	450	0·025	1	525	0·025	2	555	0·013	1
Wald & Brown, 1965	M	440	0·009	1	529	0·015	2	565	0·019	2
Murray, 1968	R	—	—	—	526	Foveal sonicate		573	Foveal sonicate	
Dobelle *et al.* 1969	R	—	—	—	not given	0·28*	?	—	—	—
Liebman, 1972	M/R	440	0·015	?	535	0·015	?	575	0·015	?
Present	R	—	—	0	536 ± 3·5	0·525**	42	565 ± 2·5	0·525**	40

* Specific absorbance of 0·008 μm^{-1}; ** specific absorbance of 0·015 μm^{-1}; both assuming a 35 μm long outer segment.

R = Rhesus monkey; M = man.

Tab. 3: Zapfenabsorptionsmaxima aus Bowmaker, Lythgoe, Dartnall, Mollon (4)

Demgegenüber habe ich für meine Versuchspersonen die Daten ermittelt:

Für A.P.: λ max von $\bar{t}$ (λ) = 439 mm
λ max von $\bar{d}$ (λ) = 547 mm

Für J.L.: λmax von $\bar{t}$ (λ) = 443 mm
λmax von $\bar{d}$ (λ) = 543 mm

Das bedeutet gute Übereinstimmung der Absorptionskurven von Trichromaten mit den psychophysisch ermittelten protanopischen Daten im Bezug auf das kurzwellige Sehpigment. Demgegenüber laßt sich beim Protanopen eine Verschiebung der psychophysischen Erregbarkeit des Chlorolab $\bar{d}$ (λ) um ungefahr λ = 10 mm zu langeren Wellenlängen feststellen. Auch Romeskie und Yager fordern diese Verschiebung (49). Damit ware ein weiterer Hinweis auf die Vermutung gegeben, daß die Protanopen keine echte Reduktionsform der Trichromasie sind, wie bisher angenommen (s. u.), sondern daß ähnlich wie bei Deuteranopen (2) hier eine Verschiebung des Chlorolabs anstelle des Erythrolabs bei Deuteranopen vorliegt. Frühere Untersuchungen (53) fanden schon heraus, daß ein Teil der Protanopen bei ganz exakter Beobachtung trichromatische Gleichheitseinstellungen nicht anerkennen. Es scheint also auch für einen Teil der Protanopen zu gelten, was Alpern schon für den Deuteranopen vermutet, daß das langwellige Sehpigment leicht alteriert ist. Folglich ware der geometrische Ort der mittleren protanopischen Fehlfarbe nicht so ohne weiteres mit demjenigen von Erythrolab gleichzusetzen. Gemäß der Überlegungen von Kröger-Paulus und Scheibner (36) ist dann der geometrische Ort des Erythrolabs in der Farbtafel in Richtung auf den Farbort der "grünen" Primarvalenz σ_g verschoben.

38.) Übergang von der Dreikomponenten- zur Gegenfarbtheorie; das Zapfenhältnis

Die Gleichungen der §§ 25 und 33 beschreiben die Übertragung von den Rezeptorsignalen zu den Signalen auf retinogenikularen Niveau. Dabei wird der physiologische Vorgang der Erregungsübertragung (19, 60) durch lineare Gleichungen zwischen Farbwerten dargestellt. Die Farbwerte versteht man als Integral über die Wellenlänge des Produktes aus Reiz und mit dem Farbwert korrelierender spektraler Empfindlichkeit; z.B. gilt für N und M:

$$N = \int S(\lambda)\overline{n}(\lambda)\,d\lambda$$
$$M = \int S(\lambda)\overline{m}(\lambda)\,d\lambda \qquad (48)\ .$$

Es wird diskutiert, daß Spikefrequenz und Farbwerte korrelieren.
Die spektrale Hellempfindlichkeit $\overline{n}(\lambda)$, dargestellt in Abhängigkeit von den Grundspektralwertkurven $\overline{t}(\lambda)$, $\overline{d}(\lambda)$ § 33c, § 34, setzt sich aus den Grundspektralwertkurven über Koeffizienten zusammen, die mit den Leuchtdichtebeiwerten τ und δ identisch sind, da ja N = L gilt. Nach der Normierung auf $\delta = 1$ ergibt sich für τ für beide Versuchspersonen ein verschwindend geringer Betrag § 33c, wie er sich graphisch darstellt in der Lage von $\frac{?}{}$ sehr nahe der Alychne (siehe § 15, Abb.5 und 6). Dadurch wird der Beitrag von $\overline{t}(\lambda)$ zur spektralen Hellempfindlichkeit vernachlässigbar klein und $\overline{n}(\lambda)$ fast identisch mit $\overline{d}(\lambda)$. So spiegelt sich die Tatsache wider, daß die Hellempfindlichkeit des protanopischen Auges im "grünen" Spektralbereich sehr viel größer ist als diejenige im "blauen" Spektralbereich.

Die Buntheit ist definiert als Abweichung von Unbunt bei gleicher Helligkeit. Die Gleichungen des § 33 für die spektrale Buntempfindlichkeit $\overline{m}(\lambda)$ weisen zwei Koeffizienten mit entgegengesetztem Vorzeichen und größenordnungsmäßig gleichem Betrag auf. Die Kurve $\overline{m}(\lambda)$ wird also zwei Wellenlängen maximaler Buntheit aufweisen und zwar von kompensativer Buntheit. Diese beiden Extrema werden nahe bei den Maxima der Grundspektralwertkurven liegen. Während also für die Empfindung der Leuchtdichte die von den Zapfen kommenden Signale einfach addiert werden, bedeutet Buntheit einen Vergleich der gewichteten Zapfensignale in Form einer Differenzbildung.

Die große Diskrepanz bei den Zapfenverhältnissen der beiden Versuchspersonen hat ihre Ursache im relativ großen Versuchsfehler der Messungen am Dreifarbenmeßgerat von 5-10 % und der Fehlerfortpflanzung. Besonders Abweichungen bei der Bestimmung von α_4 gehen über Veranderungen der Lage der Alychne sehr stark ein, da dadurch die relative Lage von $\mathfrak{Z}$ zur Alychne stark geandert wird.

Für das Zapfenverhältnis geben Paulus und Kröger-Paulus (45) einen Wert von 1 : 16, Vos und Walraven von 1 : 40 für Protanope an. Für J.L. bestimmte ich 1 : 100, für A.P. 1 : 650 (s. § 33). Trotz aller Diskrepanz zwischen beiden Versuchspersonen möchte ich daraus den Schluß ziehen, daß die Annahme, Blau- und Grün-Zapfen trügen gleichen Betrag zur Helligkeit bei, nicht korrekt ist. Vielmehr ist wahrscheinlich, daß die Blauzapfen nicht zum Helligkeitseindruck beitragen.

39.) Lage des tritanopischen Fehlpunktes

Nimmt man an, daß die Blauzapfen nicht zur Hellempfindlichkeit beitragen, so kommt der Farbvektor des Cyanolab $\mathfrak{Z}$ in die Alychne zu liegen. - Diese Annahme wird durch Experimente aus neuester Zeit gestützt (13,14. Damit sind, im dichromatischen Farbenraum die Farbvektoren $\mathfrak{Z}$ und $\mathfrak{M}$ identisch. (Siehe § 15, Abb.5 und 6).

Untersucht man unter der oben gemachten Annahme den Übergang von den Grundspektralwert- zu den Gegenfarbenkurven (siehe § 27 und § 34), so ergibt sich konsequenterweise für $\bar{d}(\lambda)$, $\bar{n}(\lambda) = \bar{d}(\lambda)$; denn der Koeffizient der "blauen" Grundspektralwertkurve, der Leuchtdichtebeiwert τ, ist definitionsgemaß gleich null. Damit ergibt sich für die Absorptionsmaxima von $\bar{d}(\lambda)$:

für A.P. λ_{max} von $\bar{d}(\lambda)$ = 546 nm
für J.L. λ_{max} von $\bar{d}(\lambda)$ = 543 nm; d. h. die Änderung für A.P. ist nur

sehr gering, für J.L. bleibt das Absorptionsmaximum gleich. Auch unter der obigen Annahme ergibt sich also für die Absorptionskurve des Chlorolab des Protanopen eine Verschiebung um 10 nm zu längeren Wellenlangen.

Die Kurve $\overline{t}$ (λ) ist gemaß Scheibner und Kröger-Paulus (36) identisch mit $\overline{t}$ (λ) in § 25 und § 33, da ja die Spur D - F konstant blieb. Die Abbildungen 16 und 17 in § 34 zeigen die besprochenen Kurven.

Die Gleichungen, die den Übergang von [;] nach [;] beschreiben, zeigen folgende Änderungen: $\overline{n}$ (λ) ist nun nur noch abhangig von $\overline{d}$ (λ), die Gleichung für $\overline{m}$ (λ) zeigt eine geringe Abanderung in Richtung auf einen größeren Beitrag des "grünen" Segpigmentes zur Buntempfindlichkeit. $\overline{n}$ (λ) und $\overline{m}$ (λ) sind dabei in ihrem Kurvenverlauf unverandert. Aus dieser Tatsache lassen sich Rückschlüsse auf die Wahrscheinlichkeit der sich ergebenden Zahlenwerte ziehen: Da sich die Gleichungen für $\overline{m}$ (λ) des Protanopen A.P. gegenüber denjenigen von J.L. nur relativ geringfügig andern, sind diese Zahlenwerte wahrscheinlich korrekt. Damit wird auch das Zapfenverhältnis von A.P. wahrscheinlicher als dasjenige von J.L., eine Tatsache, die für die Annahme spricht, daß das "blaue" Sehpigment nicht zur Leuchtdichte beiträgt.

Der geometrische Ort des tritanopischen Fehlpunktes in der Farbtafel nach Wolf und Scheibner T" (76) erfüllt die oben genannte Bedingung. Er hat im System CIE 1931 die Koordinaten x = 0,1506 , y = 0. Übertragt man ihn in das WRIGHTsche System, so kommt sein geometrischer Ort sehr viel naher an die protanopischen Alychnen zu liegen als der Punkt T nach Walraven.

So wie wahrscheinlich der protanopische Fehlpunkt F und der Farbort der trichromatischen Grundvalenz P in der Farbtafel nicht identisch sind, so kann man die Tatsache, daß T" nicht genau auf jeder protanopischen Alychnen liegt, als interindividuelle Unterschiede im "blauen" Sehpigment deuten. Die genaue Lage des individuellen "blauen" Sehpigmentes bestimmt man mit Hilfe des tritanopischen Fehlpunktes nach Wolf und Scheibner, T", und des deuteranopischen Fehlpunktes nach Walraven, D:

Am Schnittpunkt der Geraden durch diese beiden Punkte, der Spur der mittleren deuteranopischen Alychne, mit der individuellen protanopischen Alychnenspur hat die individuelle "blaue" Grundvalenz ihren geometrischen Ort.

Auf der anderen Seite ermöglicht die sehr geringe Abweichung des tritanopischen Fehlpunktes T" von den individuellen protanopischen Alychnenspuren für die Zukunft eine experimentell sehr wenig aufwendige Art, die Alychne zu bestimmen: Die Lage der Alychne im Raum ist im wesentlichen nur noch von der Lage der protanopischen Fehlfarbe abhangig. Also bestimmt man nur noch diese und wahlt als Quervektor den tritanopischen Fehlpunkt nach Wolf und Scheibner. Diese Methode hat die Nachteile erstens einer etwas geringeren Genauigkeit und zweitens, daß man wegen $\tau = 0$ kein Zapfenverhältnis bestimmen kann. Auf der anderen Seite vermeidet man grobe Versuchsfehler beim heterochromen Helligkeitsabgleich, die sich gerade an dieser Stelle sehr leicht einschleichen.

40.) Die protanopische Buntsättigung

Die in Abb. 13, § 30 gezeigte Buntsättigung der Spektralreize des Protanopen J.L. hat für die Wellenlange der neutralen Zone den Wert 0 um dann gegen das langwellige und kurzwellige Ende steil anzusteigen.

Im langwelligen Bereich ist bei 540 mm die maximale Sattigung erreicht, die sich auch nicht mehr andert für größere Wellenlangen. Die Abbildung, in der die Sättigung aus den reduzierten und aus den tatsächlich gemessenen Spektralwertfunktionen aufgetragen ist, zeigt hier gute Übereinstimmung zwischen beiden Kurven.

Im kurzwelligen Bereich weisen beide Kurven bis zu einer Wellenlange von ca. 425 mm einen übereinstimmenden Verlauf auf. Die Kurve aus den reduzierten Daten steigt gegen kürzere Wellenlangen weiter an, ohne ein Maximum zu erreichen, während die Kurve aus den gemessenen Daten nach einer groben Glattung der gemessenen Werte (gestrichelte Linie) bei 415 mm ein Maximum hat und dann wieder abfallt. Jager hat in seiner Arbeit (31) beschrieben, daß Protanope keinen Sattigungsunterschied zwischen den beiden Farbvalenzen $\lambda = 404$ mm und $\lambda = 435$ mm wahrnehmen können. Das kann im Sinne meiner Messungen bedeuten, daß Jager gerade zwei Punkte auf der Sättigungskurve diesseits und jenseits des Maximums mit ungefähr gleich großer Sattigung vergleicht.

Da aber die Messungen am kurzwelligen Ende des Spektrums mit einer größeren Ungenauigkeit behaftet sind, wegen der geringeren Empfindlichkeit des Auges für kürzere Wellenlangen, ist es auch möglich, daß die Sattigungsfunktion bei Protanopen am kurzwelligen Spektrumsende ahnlich verlauft wie am langwelligen, nämlich nach Erreichen eines Maximums konstante Werte aufweist. Das müßte bei höherer Leuchtdichte und speziell dafür konstruiertem Versuchsaufbau genauer untersucht werden.

Vergleicht man die Kurven von Wellenlangenunterscheidungsvermögen (21) und Sattigung (22), so zeigt sich, daß die Wellenlangenunterscheidung direkt proportional zur Änderung der Sättigung ist. Das bedeutet, daß die Unterscheidung der Wellenlangen umso besser ist, je großer die Änderung der Sattigung ist.

Die Wellenlangenunterscheidung ist optimal in der Nahe der Neutralen Zone, an den Spektrumsenden ist den Protanopen eine Wellenlangenunterscheidung nicht mehr möglich. Die Wellenlangenunterscheidung wird vom Protanopen also hauptsachlich mit Hilfe der Beurteilung nach der Empfindungsqualitat Buntsattigung bewerkstelligt.

X. Zusammenfassung

Mit einem Dreifarbenmeßgerät nach Guild-Bechstein wurden die Fehlfarbe $\mathfrak{F}$ und ein mittlerer Quervektor $\mathfrak{Q}$ und unter Zuhilfenahme eines Gittermonochromators der Firma Bausch und Lomb die Wellenlänge der Neutralen Zone λ_{Nz} und die Spektralwertkurven $\bar{g}\ (\lambda)$, $\bar{b}\ (\lambda)$ von zwei Protanopen gemessen. Aus diesen Daten wurden die Alychne errechnet und ein zweidimensionaler protanopischer Farbenraum bezüglich der Primarvalenzen $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{M}$ konstruiert und dieser in den trichromatischen dreidimensionalen Farbenraum und die Farbtafel eingebettet. Die Koordinaten des Luminanzvektors $\mathfrak{N}$ und des Chrominanzvektors $\mathfrak{M}$ sowie die Grundvalenzen $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{J}$ nach Walraven bezüglich $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{M}$ wurden bestimmt. Sie bilden den protanopischen Gegenfarbenraum $[\mathfrak{N}; \mathfrak{M}]$ bzw. den Farbenraum in der Zapfenebene $[\mathfrak{J}; \mathfrak{J}]$. Außerdem wurde ein Farbenraum in der Zapfenebene mit dem tritanopischen Fehlpunkt nach Wolf und Scheibner erstellt. Diesem liegt die Annahme $\mathfrak{T} = 0$ zugrunde.

Mit Hilfe einer Reduktionsmatrix von 3 auf 2 erhalt man nun die Darstellung der gemessenen Spektralwertkurven $\bar{b}\ (\lambda)$, $\bar{g}\ (\lambda)$ im System $[\mathfrak{R}; \mathfrak{M}]$ als $\bar{k}\ (\lambda)$ und $\bar{w}\ (\lambda)$. Aus diesen errechnen sich mit Hilfe von Basistransformationen die protanopischen Gegenfarbenkurven $\bar{n}\ (\lambda)$, $\bar{m}\ (\lambda)$ und die Grundspektralwertkurven $\bar{t}\ (\lambda)$, $\bar{d}\ (\lambda)$.

Beim Vergleich der spektralen Hellempfindlichkeit $\bar{n}\ (\lambda)$ mit der - von Pitt nach dem Kriterium des heterochromen Helligkeitsvergleichs direkt gemessenen - Leuchtdichtekurve von Protanopen ergab sich gute Übereinstimmung. Die von Romeskie mit Hilfe des Kriteriums der Bunttonauslöschung gemessene blau-gelbe Buntempfindlichkeit eines Protanopen wies ebenfalls sehr ähnliche Werte auf wie die von mir bestimmte spektrale protanopische Buntempfindlichkeit $\bar{m}\ (\lambda)$. Gegenüber der trichromatischen blau-gelben Buntempfindlichkeit weist $\bar{m}\ (\lambda)$, die dichromatische blau-gelbe Buntempfindlichkeit, eine Verschiebung des Minimums zu kürzeren Wellenlangen auf. Diese wird gedeutet mit dem fehlenden Beitrag des Erythrolab zur Chrominanz.

Eine Zusatzuntersuchung zeigte, daß der blau-gelbe Übertragungskanal von Protanopen und Trichromaten wahrscheinlich die gleichen Eigenschaften hat. Das spatiale Auflösungsvermögen beruht bei Protanopen vermutlich auf der Wahrnehmung von Helligkeitsunterschieden.
Der Vergleich der Maxima der von mir errechneten protanopischen Grundspektralwertkurven und der durch MacNichol et alii und Bowmaker et alii mikrospektralphotometrisch bestimmten Maxima der Absorptionskurven der Photopigmente ergab für Cyanolab Übereinstimmung, für Chlorolab eine Verschiebung zu längeren Wellenlangen bei Protanopen um etwa 10 mm. Diese Verschiebung wurde schon von Romeskie vorausgesagt und läßt die Vermutung zu, daß die Protanopie keine reine Reduktionsform der Trichromasie ist, wie bisher angenommen.

Beim Übergang von der Zapfenebene zum retinogenikularen Niveau spiegeln die Gleichungen, die die Gegenfarbenkurven $\overline{m}(\lambda)$ und $\overline{n}(\lambda)$ in Abhangigkeit von den Grundspektralwertkurven $\overline{t}(\lambda)$ und $\overline{d}(\lambda)$ beschreiben, die subjektive Empfindung der Versuchsperson deutlich wieder: Spektralreize im Bereich des Absorptionsmaximums von $\overline{d}(\lambda)$ erscheinen bei gleicher Leuchtdichte deutlich heller als solche im Bereich von λ max von $\overline{t}(\lambda)$, da die Hellempfindung fast ausschließlich von der Grundspektralwertkurve des Chloroblab charakterisiert ist. Zur Buntempfindlichkeit tragen $\overline{t}(\lambda)$ und $\overline{d}(\lambda)$ größenordnungsmaßig entgegengesetzt gleiche Betrage bei. Wahrend also die Hellempfindung eine Summe der einzelnen Hellempfindungen darstellt, entsteht die Buntempfindung durch Differenzbildung zwischen den Buntinformationen der einzelnen Zapfenarten.

Die Ergebnisse der Zapfenverhaltnisse weichen so stark von den bisher angegebenen Werten ab, daß sie den Schluß nahelegen, das blaue Sehpigment trage nicht zur Hellempfindung bei. Dem wurde mit der Einbeziehung des tritanopischen Fehlpunktes nach Wolf und Scheibner Rechnung getragen. φ hat dabei seine Lage in der protanopischen Alychne. Die Kurvengleichungen andern sich bei diesem Wechsel bis auf $\overline{n}(\lambda) = \overline{d}(\lambda)$ so wenig, daß alles bisher Gesagte seine Gültigkeit behält.
Ein Vergleich von Sattigungskurve und Wellenlangenunterscheidungsvermögen zeigt, daß der Protanope die einzelnen Wellenlangen hauptsachlich mit Hilfe ihrer unterschiedlichen Sattigung unterscheidet.

XI. Schrifttum

1.) Abney, W. de W., The colour sensation in terms of luminosity, Phil. Trans. Roy. Soc. 193 (1900)

2.) Alpern, M. und E.N. Pugh jr., Variation in the Spectrum of Erythrolabe among Deuteranopes. J. Physiol. 266 (1976), S613-646

3.) Beck, H. und M. Richter, Neukonstruktion des Dreifarbenmeßgerätes nach Guild-Bechstein. Farbe 7 (1958), S141-152

4.) Bowmaker, J.K., H.J.A. Dartnall, J.N. Lythgoe und J.D. Mollon, The Visual Pigments of Rods and Cones in the Rhesus Monkey Macaca Mulatta. J. Physiol. 274 (1978), S329-348

5.) Bowmaker, J.K. und H.J.A. Dartnall, Visual Pigments of Rods and Cones in a Human Retina. J. Physiol. 298 (1980), S501-511

6.) Boynton, R.M., Ten Years of Research with the Minimally Distinct Border, In: Visual Psychophysics and Psychology, A Volume Dedicated to Larrin Riggs (Hrsg. v. J.C. Armington, J. Krauskopf, B.R. Wooten), New York/San Francisco/London: Academic Res 1978, S193ff

7.) Boynton, R.M. und H. Scheibner, On the Perception of Red by "red-blind" observers. Acta chromatica 1 (1967), S205-220

8.) Brückner, A., Zur Frage der Eichung von Farbensystemen, Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane, II. Abt., 58 (1927), S.322-357

9.) Commision Internationale de L' Eclairage (CIE), Cambridge 1931, C.R. 8me Session, S19-29

10.) Commission Internationale de L' Eclairage (CIE), Farbmessung, offizielle Empfehlungen der internationalen Beleuchtungskommission, Publication CIE No.15 (1972), S72

11.) Deutsche Normen DIN 5031, Strahlenphysik im optischen Bereich und Lichttechnik (1967-71)

12.) Deutsche Normen DIN 5033, Farbmessung (1970-79)

13.) Drum, B., B cone input to Achromatic Channels, Journ. Opt. Soc. Am Vol 71 (1981), S1571

14.) Eisner, A. und D. I. A. Mac Leod, Blue-Sensitive cones do not constribute to luminance, J. Opt. Soc. Am. Vol 70 (1980), S121-123

15.) Fachnormenausschuß Farbe (FNF), Anweisungen für die Untersuchung des Farbensehens mit dem Anomaloskop nach Nagel, Farbe 6 (1957), S115-119

16.) Farnsworth, D., The Farnsworth-Munsell 100-Hue Test, Baltimore: Munsell Color Company INC 1957

17.) Fischer, G., Lineare Algebra, Hamburg: Rowohlt Taschenbuch Verlag 1975

18.) Fischer, G., Analytische Geometrie, Hamburg: Rowohlt Taschenbuch Verlag 1975

19.) Gouras, P. und E. Zrenner, Colog Vision: A Review from a Neurophysiological Perspective, In: Progress in Sensory Physiology 1 (Hrsg. v. D. Ottoson), Berlin/Heidelberg/New York: Springer Verlag 1981, S139ff

20.) Guth, S.L., N.J. Donley und R.T. Marocco, On Luminance Additivity andRelated Topics, Vision Res. 9 (1969), S537-575

21.) Hecht, S. und S. Shlaer, The Color Vision of Dichromats I: Wavelength Discrimination, Brightness Distribution and Color Mixture, Journ. of Gen. Physiol. 20 (1937), S857-882

22.) Hecht, S. und S. Shlaer, The Color Vision of Dichromats II: Saturation as the Basis of Wavelength Discrimination and Color Mixture: Journ. of Gen. Physiol. 20 (1937), S883-895

23.) Helmholtz, H. von, Handbuch der physiologischen Optik (2. Auflage), Hamburg/Leibzig: Voß 1896

24.) Hering, E., Zur Lehre vom Lichtsinn, Wien: Karl Gerolds Sohn 1878, Berlin: J. Springer 1918

25.) Hurvich, L.M. und D. Jamson, Some Quantitative Aspects of an Opponent Colours Theory II: Brightness, Saturation and Hue in Normal and Dichromatic Vision, J. Opt. Soc. Am., Vol 45 (1955), S602-616

26.) Hurvich, L., Two Decades of Opponent Processes, In: AIC Color 1977, Tagungsbericht von der dritten Tagung der internationalen Vereinigung für die Farbe (Hrsg. v. Fred Billmeyer jr und Gunter Wyszecki) Bristol: Adam Hilger Ltd. 1977, S30-61

27.) Hurvich, L., Color vision, Sunderland, Mass.: Sinauer Associated Inc. 1981

28.) Ingling, C.R. jr. und E. Martinez, Opponent Theory; Revision to Include the x-all Achromatic-Channel, In: AIC Color 81 (Hrsg. v. M. Richter), Paper S5

29.) Jameson, D. und L. M. Hurvich, Some Quantitative Aspect of an Opponent Colours Theory I: Hue and Saturation, J. Opt. Sac. Am. Vol 45 (1955) S546-552

30.) Jameson, D. und L. M. Hurvich, Opponent-Response Functions Related to measured Cone Photopigments, J. Opt. Sac. Am. Vol 58 (1968), S429-430

31.) Jaeger, W., Über das Verhalten von Protanopen und Deuteranopen am kurzwelligen Ende des Spektrums, Bericht der dtsch. Ophthal, Gesellsch. 56 (1951), S350-352

32.) Klauder,A. und H. Scheibner, Dichromatisches Gegenfarbensehen, Farbe und Design 1516 (1980), S65-70

33.) Klauder, A. und H. Scheibner, Grundspektralwerte und spektrale Buntempfindlichkeit des Protanopen, Pflügers Archiv 379 (1979), Suppl R54

34.) Krantz, D.H., Color Measurement and Color Theory I: Representing Theorem for Graßmann Structures, J. Math. Psych. 12 (1975), S283-303

35.) Krantz, D.H. Color Measurement and Color Theory II: Opponent Colors Theory, J. Math. Psych. 12 (1975), S304-327

36.) Kröger-Paulus, A. und H. Scheibner, Variation of Deuteranopic Blind Fundamentals and the visual Cone Pigment Erythrolabe, Ophthalmic Res. 12 (1980), S177-183

37.) Larimer, H., D.H. Krantz und C. Cicerone, Opponent Process Additivity I: Red/Green Equilibria, Vision Research 14 (1974), S1127-1140

38.) Larimer, J., D.H. Krantz und C. Cicerone, Opponent Process Additivity II: Yellow/Blue Equilibria and Nonlinear Models, Vision Research 15 (1975), S723-731

39.) Mac Adam, D.L. Dependence of color-mixture functions on choice of primaries, H. Opt. Sac. Am. 43 (1952), S533-538

40.) Mac Nichol, E. F. jr., R. Feinberg und F. I. Harosi, Colour Discrimination Processes in the Retina, In AIC Colour 73 (Hrsg. v. Association internationale de la couleur), London: Adam Hilger 1973

41.) Massof, R.W. und J. E. Bailey, Achromatic Points in Protanopes and Deuteranopes, Vision Research 16 (1976), S53-57

42.) Miescher, K., K. Richter und A. Valberg, Farbe und Farbensehen, Farbe + Design 8 (1978), S15-29

43.) Paulus, W., Fehlfarben und Alychnen von Protanopen und Protanomalen und ihre Bedeutung für das Farbensehen der normalen Trichromaten, Farbe 27 (1978/79), S59-127

44.) Paulus, W., Theoretical Aspects of Center- surround Subtraction in Retinal Color Coding, In: AIC Color 81, Berlin, Deutsche Farbwissenschaftliche Gesellschaft 1981, Paper S 6

45.) Paulus, W. und A. Kröger-Paulus, A Model Combining Trichromatic and Dichromatic Vision, In: Colour Vision Deficiencies V (hrsg. v. G. Verriest), London: Hilger 1980, S226-236

46.) Paulus, W. und H. Scheibner, Fehlfarben und Univarianz, Ber. dtsch. ophthal. Ges. 75 (1978), S518-521

47.) Pitt, F.H.G., Characteristics of Dichromatic Vision (with an appendix on anomalous trichromatic vision), Med. Res. Council Rep. of the Com. upon the Physiol. of Vision. XIV Spec. Report Series 200 (London 1935)

48.) Richter, M, Einführung in die Farbmetrik, Berlin/New York: W. de Gruyter, Sammlung Göschen 1976

49.) Romeskie, M., Chromatic Opponent-response Functions of Anomalous Trichromats, Vision Research Vol 18 (1978), S1521-1532

50.) Romeskie, M. und D. Yager, Psychophysical Measures and Theoretical Analysis of Dichromatic Opponent-Respons Functions, In: Color Vision Def. IV (hrsg. v. G. Verriest), Basel: Karger 1978, S212-217

51.) Ruddock, K. H., Light transmission through the ocular media and macular pigment and its significance for psychophysical investigation, In: Handbook of Sensory Physiology VII/4, (Hrsg. v. L.M. Hurvich und D. Jameson), Berlin: Springer 1972

52.) Rushton, W.A.H., D.S. Powell and K.D. White, Exchange thresholds in dichromats. Vision Research 13 (1973), S1993-2002

53.) Samojloff, A.J. Untersuchungen über die spektrale Helligkeitsverteilung beim Protanopen, Klin. Mbl. Augenheilkunde 76 (1926), S214-229

54.) Scheibner, H., Über Farben und ihre Metrik, Lichttechnik 16 (1964), S497-498

55.) Scheibner, H., Adaptic Color Shifts, H. Opt. Soc. Am. 56 (1966) S938-942

56.) Scheibner, H., Trichromasie, Dichromasie, Monochromasie, Optica Acta 15 (1968), S329-338

57.) Scheibner, H., Dichromasie als Homomorphismus der Trichromasie, Optica Acta 15 (1968), S339-349

58.) Scheibner, H., Über die Begriffe Farbvalenz, Farbart und Chrominanz in der Farbmetrik, Farbe 18 (1969), S221-232

59.) Scheibner, H., Zur Protanomalie: Chrominanz und Leuchtdichte, Optica Acta 21 (1974), S375-385

60.) Scheibner, H., Die physiologischen Vorstellungen über das Farbensehen in unserer Zeit, Farbe 25 (1976), S48-62

61.) Scheibner, H., Prüfung von Farbsinnstörungen, Med. Klin, 71 (1976) S1452-1459

62.) Scheibner, H. und W. Paulus, An Analysis of Protanopic Color Vision, In: Color Vision Deficiencies IV (hrsg. v. G. Verriest, Basel: Karger 1978, S206-211

63.) Scheibner, H. und E. Wolf, Direkte Zerlegungen, isomorphe und homomorphe Abbildungen in der linearen Farbentheorie, In: AIC Color 81 Berlin, Deutsche Farbwissenschaftliche Gesellschaft 1981, Paper J 12

64.) Scheibner, H., und N. Boll, Bestimmung der Alychne von Deuteranopen und extremen Deuteranomalen, Farbe (im Druck)

65.) Scheibner, H. und O. Ludwig, Bestimmung der Fehlfarben von Deuteranopen und extremen Deuteranomalen, Farbe (im Druck)

66.) Scheibner, H., O. Ludwig und C. Hübner, Deuteranopie und extreme Deuteranomalie, Farbe (im Druck)

67.) Schrodinger, E., Grundlinien einer Theorie der Farbmetrik im Tagessehen, Ann. Physik (IV) 63 (1920), S397-456; S471-520

68.) Schrödinger, E., Über das Verhaltnis der Dreifarben- zur Vierfarbentheorie, Sitzungsbericht der Akademie der Wissenschaften Wien IIa 134 (1925), S471-490

69.) Tansley, B.W. und R.M. Boynton: A Line, Not a Space, Represents Visual Distrinctness of Borders Formed by Different Colors, Science 191 (1976), S954-957

70.) Tansley, B.W. und R.J. Glushko, Spectral Sensitivity of Long-Wavelength - Sensitive Photoreceptors in Dichromats determined by Elimination of Border Percepts, Vision Research 18, S699-706

71.) Thoma, W. und H. Scheibner, Distrinctness of Border between Coloured Areas versus Tritanopic Saturation, Pflügers Archiv 377 (1978), Supplement R 194

72.) Terstiege, H., Untersuchungen zum Persistenzsatz und Koeffizienzsatz, Farbe 16 (1967), S1-111

73.) Vogt, G., Aufstellung von Spektralwertfunktionen von einer Folge von Farbgleichheitseinstellungen für Spektrallichter verschiedener Wellenlangen von Personen mit angegebener anomaler Trichromasie oder Dichromasie, Farbe 23 (1974), S51-107

74.) Vos, J.J. und P.L. Walraven, On the Derivations of the Foveal Receptor Primaries, Vision Research 11 (1971), S799-818

75.) Walraven, P.L., A Closer Look at the Tritanopic Convergence Point Vision Research 14 (1974), S1339-1343

76.) Wolf, E. und H. Scheibner, On the Tritanopic Convergence Point, Pflügers Archiv 392 (1982), Supplement R 47

77.) Wright, W.D., Researches on Normal and Defective Colour Vision, London: Kimpton 1946

78.) Wyszecki, G. und W.S. Stiles, Color Science, New York: Wiley 1967

Danksagung

Herrn Prof. Dr. H. Scheibner danke ich herzlich für die Betreuung meiner Dissertation. Für Diskussionen mit mir hatte er immer Zeit.

Frau Antoniadou und Frau Gößmann, Mitarbeiterinnen des II.Physiologischen Institutes, halfen mir bei der Erstellung der Abbildungen.

L E B E N S L A U F

11.08.1956	Geboren als erstes Kind des Karl-Heinz Stade und Ehefrau Gislind geb. Rösch in Düsseldorf
1963 - 1966	Volksschule in Herchen/Sieg
1966 - 1967	Realschule in Herchen/Sieg
1967 - 1974	Ev. Aufbaugymnasium Herchen
ab WS 1974/75	Studium der Medizin an der Universitat Düsseldorf
August 1976	Ärztliche Vorprüfung
August 1977	Erster Teil des Staatsexamens
August 1978	Heirat mit dem Diplom-Physiker Dietrich Klauder
Marz 1980	Zweiter Teil des Staatsexamens
Oktober 1981	Dritter Teil des Staatsexamens
ab WS 1977/78	Dissertation am II. Physiologischen Institut der Universitat Düsseldorf unter Betreuung von Herrn Prof. Dr. Scheibner

FOTODRUCK J. MAINZ – Telefon: (02 41) 2 73 05
Neupforte 13, Nähe Markt, 5100 Aachen